

# La justificación de las inferencias. Frege y el *Tractatus* 5.132

Justification of Inferences. Frege and *Tractatus* 5.132

KURT WISCHIN

Recibido: 5-Julio-2017 | Aceptado: 2-Noviembre-2017 | Publicado: 22-Diciembre-2017

© Studia Humanitatis – Universidad de Salamanca 2017

Wittgenstein critica a Frege y a Russell en la sección 5.132 del *Tractatus* por querer justificar la relación de implicación lógica con leyes lógicas fundamentales que rigen las relaciones entre las oraciones externamente. De acuerdo con Wittgenstein esta relación entre las oraciones, si existe, es interna. Ian Proops concede el punto en cuanto a Russell, pero es más reservado respecto a Frege. Me inspiro en las ideas de Brandom y de Frápolli sobre el inferencialismo semántico y el expresivismo lógico presentes en Frege para mostrar plausiblemente que no es la creencia en el condicional como ley lógica primitiva la que para Frege justifica las inferencias y las explicitaciones de las relaciones entre oraciones, sino que son las relaciones conceptuales las que permiten explicitar las relaciones lógicas formales en forma de la implicación material. Pretendo mostrar plausiblemente que es la *inferencia material* en el sentido de Sellars la que rige no sólo las consideraciones lógicas del Frege joven, sino que es fundamental también para el Frege de *Leyes fundamentales de la aritmética* y que, en este sentido, Wittgenstein parece haberse equivocado al incluir a Frege en su crítica a Russell.

Leyes Lógicas · Inferencia Material · Condicional · Implicación Material · Frege · *Tractatus*.

Wittgenstein criticizes both Frege and Russell in Section 5.132 of the *Tractatus* for trying to justify the relation of logical implication with the help of fundamental laws of logic which would be external to propositions. Wittgenstein treats these relations between propositions, if they exist, as internal to them. Ian Proops concedes Wittgenstein's point as far as Russell is concerned, but is more cautious with respect to Frege. Parting from ideas I take from Brandom and Frápolli about semantic inferentialism and logical expressivism in Frege I want to show that it is not a belief in the conditional as primitive law of logic that for Frege justifies inferences and explains the relations between propositions, but that it is conceptual relations that permit making logical relations explicit in the form of material implication. I pretend to give a plausible argument that it is *material inference* in the sense of Sellars what is behind young Frege's reflections on logic but that is also fundamental for the Frege of *Fundamental Laws of Arithmetic* and that, in this respect, it would seem that Wittgenstein was wrong to include Frege in his critique of Russell.

Laws of Logic · Material Inference · Conditional · Material Implication · Frege · *Tractatus*.

K. Wischin (✉)  
Universidad de Granada, España  
email: kurt.wischin@gmail.com



# La justificación de las inferencias. Frege y el *Tractatus* 5.132

KURT WISCHIN

## § 1. Prefacio: un comentario tempestivo

**G**OTTLOB FREGE ES RECONOCIDO GENERALMENTE HOY EN DÍA como el padre (o abuelo) de la lógica moderna y al menos como una de las raíces continentales de las que brotó en el siglo XX la filosofía analítica en su forma contemporánea. Hay quien ve en él también un motor importante para el auge de la filosofía del lenguaje. Pero los tiempos frívolos que corren, dominados por opiniones baratas y la necesidad de quedar bien con las fuerzas de la «corrección política» también han hecho de Frege una figura controvertida: aunque nadie duda de su enorme influencia en el desarrollo intelectual del siglo XX, en cambio, cómo es que el hombre detrás del nombre llegó a tener semejante influencia, resulta bastante enigmático para algunos. Baker y Hacker, por ejemplo, afirman que él efectivamente tenía un entrenamiento como matemático y lógico, pero carecía de conocimientos apropiados en filosofía, por lo que incluso sus doctrinas sobre lógica están llenas de errores y son finalmente insostenibles (Baker 1984, p. viii).<sup>1</sup> El gran erudito fregeano Michael Dummett de Oxford se da golpes de pecho al referirse a las opiniones privadas de Frege sobre política.<sup>2</sup> Otro ejemplo más

<sup>1</sup> «El hecho de que su cálculo formal sigue intacto no obstante de faltarle un sustrato firme, es un dato filosófico importante que señala en dirección a una pluralidad de moralejas sobre la naturaleza y significancia filosófica del cálculo formal. Lejos de que el pensamiento filosófico de Frege suministre los bloques de construcción de la lógica filosófica moderna, todos sus elementos claves son llanamente inconsistentes con los principios contemporáneos de la construcción lógico-filosófica». Parte del objeto del presente trabajo es demostrar que el punto de vista filosófico de Frege es mucho más sofisticado que lo que el desprecio de Baker y Hacker por su «incompetencia» filosófica les permiten sospechar. Sólo prejuicios como estos explican, por ejemplo, que le adscriban un burdo platonismo de conceptos como una de tantas críticas en su excavación lógica (poco exitosa, según Dummett).

<sup>2</sup> Cf. e.g. Dummett (1973, p. xii): «Encuentro algo de ironía en el hecho de que el hombre a cuyos puntos de vista filosóficos dediqué, a lo largo de muchos años, una cantidad sustancial de tiempo era, al final de su vida, un racista virulento, en particular un anti-semita. ... Cuando leía este diario hace

reciente es el conocido biógrafo Ray Monk, que llega a afirmar en un reciente ensayo que «La mente de Frege era el motor más poderoso en la filosofía moderna. Pero como ser humano era un hombre estrecho que dejó poca huella» (Monk 2017). ¿Por qué? Porque «Sus opiniones políticas eran ... de muy mal gusto; él era un fuerte nacionalista, un conservador bismarckiano ... y, lo peor de todo, un antisemita» (Dummett 1973, p. xii). En la época de Frege, el antisemitismo era casi la norma de Rusia hasta Gran Bretaña y su extensión del otro lado del Atlántico, pasando por Austria, Alemania y Francia. No se me hace extravagante ser partidario de la monarquía en los años de gloria del II Imperio Alemán. En la vida real, Frege no mostró absolutamente ninguna tendencia antisemita y jamás se expresó en público acerca de sus opiniones políticas. Dummett tiene una tendencia de ignorar los hechos históricos (cf. sus críticas del libro de Sluga (1980) sobre Frege; Dummett (1981)). Que Monk tilde de mediocre a un hombre que puso los fundamentos de la filosofía contemporánea, sólo porque su cosmovisión privada no se ajusta al paradigma contemporáneo de lo que es políticamente correcto, parece poco sensible, cuando menos.

Russell, en cambio, no le daba ninguna importancia a los «descubrimientos horribles» sobre Frege cuando Dummett le escribió acerca de esto. Y de Wittgenstein se sabe que lo apreció toda su vida y recomendó, por ejemplo, el estudio de *Grundgesetze* a sus alumnos todavía en los años 30, cuando ya se había embarcado en las investigaciones filosóficas que marcarían su vida posterior. Este sentimiento de Wittgenstein (y también de Russell —véase su carta a van Heijenoort (1967, p. 127)), en lo personal hacia el hombre real, la valoración de su honestidad intelectual y su amor a la verdad absolutos, pero también por ser un buen padre para su hijo adoptivo, contrastan muy favorablemente con los comentarios superficiales de Dummett y Monk.

El asunto era diferente, en cuanto a las controversias lógico-filosóficas. Wittgenstein expresa, ciertamente, en el prefacio del *Tractatus* su gratitud en términos generales por las inspiraciones que encontró en la obra de Frege, e inclusive habla de una gran deuda de agradecimiento con él en una carta de 1918. Pero no deja dudas de sus desacuerdos filosóficos con el hombre que tanto admiraba. Casi siempre que hace mención a él en el cuerpo del libro es para criticar algún aspecto de su doctrina.

Uno de estos comentarios críticos es la sección 5.132. En una antología muchos años, entré en choque profundo, porque yo había admirado a Frege como un hombre absolutamente racional, si no, quizá muy simpático».

dedicada a explorar la transición filosófica de Frege a Wittgenstein (Reck 2002), Ian Proops toma esta sección como punto de partida para reflexionar principalmente sobre los motivos que Wittgenstein puede haber tenido para atribuirles a sus maestros una comprensión fundamentalmente errada de la naturaleza de las inferencias.

Esto es lo que dice el pasaje en cuestión:

5.132 Si  $p$  se sigue de  $q$ , entonces puedo concluir de  $q$  a  $p$ ; inferir  $p$  de  $q$ .

La naturaleza de la inferencia únicamente se puede desprender de estas dos oraciones.

Sólo ellas mismas pueden justificar la inferencia.

Las «reglas de inferencia» que pretenden justificar las inferencias —como en Frege y Russell—, carecen de sentido y serían superfluas.<sup>3</sup>

Me propongo en este trabajo limpiar a Frege de la acusación de Wittgenstein. Sigo primeramente a Proops para establecer un entendimiento mínimo del sentido de la crítica wittgensteiniana contra Russell y Frege. Para aclarar la situación con relación a Frege, Proops cita a dos fuentes que discuten en un contexto amplio el uso que Frege hace de reglas de inferencias en las demostraciones de enunciados aritméticos: Tyler Burge (1998) y Robin Jeshion (2001, 2004). La segunda parte del ensayo será una apreciación del resultado de sus investigaciones para el asunto que nos ocupa. En la última parte complementaré esta apreciación con una explicación plausible de por qué la doctrina de Frege es incompatible con el cuadro que la descripción citada de Wittgenstein insinúa. Este artículo es el primero de una serie de trabajos que constituyen una reflexión más extensa sobre la transición entre las visiones de lógica y filosofía de lenguaje de Frege a las del joven Wittgenstein. Esta investigación está motivada en parte por mi convicción de que el triunfo histórico de la visión formalista nos dio un dominio técnico en la manipulación de lenguajes formales no interpretados. Al precio de hacer invisibles e intratables los problemas que marcaron el pensamiento filosófico en el cambio del siglo XIX al XX. También creo, por otra parte, que la lectura dominante de la lógica y filosofía de lenguaje de Frege y del joven Wittgenstein está equivocada y requiere una revisión.

<sup>3</sup> (Wittgenstein 1921/1989, mi traducción): «5.132 Folgt  $p$  aus  $q$ , so kann ich von  $q$  auf  $p$  schließen;  $p$  aus  $q$  folgern. / Die Art des Schlusses ist allein aus den beiden Sätzen zu entnehmen. / Nur sie selbst können den Schluss rechtfertigen. / "Schlussgesetze", welche — wie bei Frege und Russell — die Schlüsse rechtfertigen sollen, sind sinnlos und wären überflüssig». [Ortografía modernizada].

## § 2. *Tractatus* 5.132: El sentido de la crítica de Wittgenstein

Para Wittgenstein,  $p$  se sigue de  $q$  si todos los estados de cosas que hacen verdadera a  $q$  también hacen verdadera a  $p$  (5.11), o si el sentido de  $p$  está contenido en el sentido de  $q$  (5.122). Si estas determinaciones por sí solas no están del todo claras, al menos permiten vislumbrar como aproximación, en qué sentido la implicación de  $p$  por  $q$  depende sólo de  $p$  y  $q$ , de qué fundamentos de verdad o sentidos compartan; y que no hay lugar para que esta relación se pueda justificar o requiera justificación por «leyes de inferencia» en adición a esta relación. Lo que no es tan fácil de vislumbrar es por qué Wittgenstein habría de acusar a Frege y a Russell de hacer justamente aquello contra lo que él objeta. En el caso de Russell, Thomas Ricketts parece pensar que éste cae en una situación de regreso infinito, ridiculizada por Lewis Carroll (1895), por no distinguir apropiadamente entre reglas de inferencia y leyes lógicas y requerir que éstas sirvan de premisas en argumentos para justificar las inferencias.<sup>4</sup> Esto explicaría en el caso de Russell la crítica de Wittgenstein si éste veía el asunto de manera similar a Ricketts. En el caso de Frege, sin embargo, no parece haber tal situación, y Proops (2002, p. 285) duda de que Ricketts tenga razón tampoco en el caso de Russell. En lo que sigue, sin embargo, nos concentraremos en el caso de Frege.

En términos generales, dice Ricketts (1996, p. 59) «Wittgenstein rechazó la concepción universalista de la lógica de Frege y Russell», es decir, «la generalidad como marca de lo lógico» (1996, p. 62) remitiendo al *Tractatus* 6.1231.<sup>5</sup> Es el principio de generalidad lo que hace para Frege, según Ricketts, que no sea posible pensar coherentemente que los principios lógicos sean falsos. La axiomatización de la lógica tiene el objetivo, entonces, de explicitar los principios que en algún sentido están implícitos en la capacidad de sacar conclusiones, que es la base de la capacidad humana de pensar, cuestionar y de la comunicación.<sup>6</sup> Si la explicación de Ricketts es atinada, entonces:

Para Frege, pero no para Wittgenstein, nuestro conocimiento de las leyes lógicas

<sup>4</sup> «Una ley de inferencia, un enunciado en su propio derecho sólo podría justificar una inferencia al servir de premisa de la cual se sigue la conclusión. ¿De qué otra manera?» (citado según Proops (2002, nota 8) de Ricketts (1985)).

<sup>5</sup> «6.1231 El distintivo de la proposición lógica no es la validez general.

Porque ser general quiere decir sólo: valer casualmente para todas las cosas. Ya que una proposición no generalizada puede ser tan tautológica como una generalizada.» (Wittgenstein 1921/1973).

<sup>6</sup> Ricketts remite al respecto al prefacio de *Leyes fundamentales de la lógica*, en particular pp. xvi–xix.

desempeña un papel para intermediar inferencias entre las afirmaciones dentro de una ciencia especial particular. Esto quiere decir, que se tienen que citar las leyes lógicas para hacer un recuento completo de los fundamentos en los cuales descansa una inferencia en particular (Proops 2002, p. 287).

En particular, Ricketts afirma que para Frege (i) ‘todos los A son B’ y (ii) ‘todos los B son C’ no es suficiente para concluir (iii) ‘todos los A son C’, sino que se requiere adicionalmente una ley de la lógica: la aplicación de *modus ponens* es lo que autoriza la conclusión (mi explicación es simplificada). Si fuera así, también Frege estuviera sujeto de la burla de Carroll, ya que el *modus ponens* debería adicionarse en este caso como nueva premisa al argumento, y al nuevo argumento, y al nuevo argumento, ad infinitum (cf. Ricketts (1996, p. 63). Proops evalúa esta situación así: si Ricketts tiene razón, entonces «...la disputa entre Wittgenstein y Frege es, en el fondo, un desacuerdo sobre los *fundamentos* verdaderos para la afirmación de la conclusión». Wittgenstein debería entonces «negar que las leyes de la lógica figuran entre los fundamentos implícitos de la inferencia e insistir que los fundamentos verdaderos de (iii) son exactamente los que parecen serlo, a saber, (i) y (ii)». Pero Wittgenstein dice, de hecho, «que las leyes de inferencia son superfluas porque la justificación es procurada por la premisa y la conclusión únicamente» (Proops 2002, p. 287). «Pero puesto que la conclusión no formará parte de los fundamentos de ninguna inferencia que valga la pena, la disputa sobre la ‘justificación’ no puede tratar, después de todo, de lo que se debe incluir en una articulación completa de los fundamentos de una inferencia» (Proops 2002, p. 287).<sup>7</sup>

Si no son las leyes lógicas ¿qué es lo que para Wittgenstein justifica una inferencia? «...lo que para Wittgenstein justifica que yo infiera  $q$  de  $p$  ... es el hecho de que  $q$  se sigue de  $p$ . Y de lo que *esto* consiste es únicamente que exista una relación interna entre las formas de  $p$  y de  $q$ ». (Proops 2002, p. 288). En la sección inmediatamente anterior a 5.132, Wittgenstein dice:

5.131 Si la verdad de una oración se sigue de la verdad de otra, entonces esto se expresa a

<sup>7</sup> Proops no niega que Ricketts haya identificado *un* sentido en el cual sería posible suponer que las leyes lógicas estuvieran involucradas en la justificación de las inferencias, sólo que este sentido no es relevante para la interpretación de 5.132. Yo añadiría que este posible sentido, al que Proops alude, no sólo nada tiene que ver con 5.132, sin tampoco nada tiene que ver con lo que Frege requiere para justificar las inferencias. Esto es, de lo que trata el presente trabajo. El argumento completo de Proops es: «...pero la inferencia sí puede justificarse en la relación entre los contenidos de premisas y conclusión».

través de relaciones, las cuales mantienen entre sí las formas de aquellas oraciones; y, por cierto, no requerimos primero establecerlas en aquellas relaciones, conectándolas entre sí en una oración, sino que estas relaciones son internas y existen en cuanto, y mediante, la existencia de esas oraciones.

Para Wittgenstein, la implicación lógica consiste en una relación «interna» entre las «formas» de las proposiciones,<sup>8</sup> suponiendo que para sus oponentes consiste en algo más, dice Proops: para ellos, las oraciones se tienen que poner en esta relación, haciéndolas componentes de una nueva oración compleja. Puesto que la relación es interna, se refiere a las formas de las oraciones y, por consiguiente, existe en el momento en que existen las oraciones. La relación no se genera sólo hasta que se les conecte en una oración compleja, por ejemplo, que tiene la forma del condicional. Como para Wittgenstein no se requiere nada, aparte de las proposiciones mismas, mientras que Frege y Russell recurren a la figura del condicional, él piensa que sus antiguos maestros apelan de manera esencial a leyes lógicas para *justificar* las inferencias.

El error lógico relevante que Frege comete, según Wittgenstein, se podría formular así:

- (1) La verdad de  $p$  se sigue de la verdad de  $q$  si y sólo si hay una ley lógica, quizá una regla de inferencia, que conecte en forma apropiada los sentidos (fundamentos de verdad) de  $q$  y de  $p$ .

Tratando de contestar la pregunta sobre si Frege y Russell efectivamente cometen el error señalado en (1), Proops llega a la conclusión de «... que en el caso de Russell la respuesta es un claro sí, y en el caso de Frege un sí más reservado» (Proops 2002, p. 288).

Para explicar tal sí reservado, Proops ubica un pasaje en una serie de artículos de 1903 y 1906 titulada «Sobre los fundamentos de la geometría»; aquí

<sup>8</sup> Me apego, la mayoría de las veces, sin mucho entusiasmo ni convicción a la traducción habitual de «Satz» en Frege y el joven Wittgenstein: esta traducción evita la asociación mental con aspectos sintácticos, pero tiende a borrar la vital distinción entre *Gedanke* (pensamiento) y *Satz* (oración o, pues, proposición), expresión audible o visible esta de aquel: el significado de *Satz* es un objeto, lo verdadero o lo falso, según Frege, lo que nunca sucede con el pensamiento (pero éste, desde luego, puede ser verdadero o falso): el pensamiento, más bien, es el sentido del *Satz*, tenga éste o no un valor de verdad. «For Frege a proposition/thought is the sense [*Sinn*] of a sentence» (Camara 2006, p. 4), sólo a guisa de ejemplo para el problema.

Frege define una noción de *dependencia* de un pensamiento de un grupo de otros pensamientos y Proops piensa que Wittgenstein pudiera eventualmente haberla interpretada en un sentido que pudiera dar lugar a su crítica.

En el pasaje en cuestión, dice Proops, Frege ofrece una caracterización precisa de la dependencia de un pensamiento de un grupo de pensamientos verdaderos con base en las nociones de «inferencia lógica» y de «ley de lógica» que aún están sin definir. Proops describe la caracterización ofrecida por Frege como explicación en términos de una (proto) teoría de demostración<sup>9</sup> «de lo que es para un pensamiento *verdadero*, "seguirse de" otro —quiere decir, una explicación no de la relación de inferencia lógica, sino de la restricción de esa relación a la clase de pensamientos verdaderos» (Proops 2002, p. 291).<sup>10</sup> Lo que

<sup>9</sup> En una nota de pie Proops relativiza esta descripción en forma importante: «Frege, desde luego, habla de pensamientos, no de simbolismos no interpretados; su explicación, por consiguiente, de ninguna manera es una contribución a una "teoría de demostración" en el sentido que les es familiar a filósofos contemporáneos, es decir, una teoría que da cuenta de objetos sintácticos conocidos como "pruebas"».

<sup>10</sup> En el texto, del cual proviene el pasaje de Frege citado por Proops, Frege trata de establecer que, si se puede establecer la independencia de los axiomas geométricos, propiamente hablando, a partir de los resultados de Hilbert. Se ve entonces en la necesidad de establecer con precisión «qué se debería entender por independencia» (Frege 1906, p. 423). Luego establece que habla de «pensamiento» y no de «oración» porque de la oración sólo el contenido del pensamiento es relevante. Lo que es para Frege un grupo de pensamientos se desprende de que estipula: «la expresión lingüística de un grupo de pensamientos de oraciones reales (eigentlichen) conectadas mediante "y". Se puede comprender un grupo de pensamientos como un pensamiento que está compuesto por pensamientos». Entonces, Frege define (en el pasaje citado por Proops): «Ahora bien,  $\Omega$  sea un grupo de pensamientos verdaderos. De uno o de varios pensamientos de este grupo se siga un pensamiento  $G$  por medio de una inferencia lógica, de manera que no se necesite ninguna oración no perteneciente al grupo  $\Omega$  *excepto leyes lógicas*. Formamos ahora un nuevo grupo de pensamientos al agregar el pensamiento  $G$  al grupo  $\Omega$ . Esto, lo que acabamos de hacer, reciba el nombre de paso lógico. Si ahora podemos llegar por medio de una secuencia de semejantes pasos, en la cual cada paso toma como punto de partida el resultado del paso anterior, a un grupo de pensamientos que contiene el pensamiento  $A$ , entonces llamamos  $A$  dependiente de  $\Omega$ . En caso de que esto no sea posible, entonces llamamos  $A$  independiente de  $\Omega$ . Esto sucederá siempre que  $A$  sea falso» (Frege 1906, pp. 423–424). Proops omite en su cita la última observación de Frege que, sin embargo, parece importante para entender el contexto en que Frege propone la definición de la noción de independencia: lo hace principalmente para contrastarla con el uso que Hilbert hace de esta noción. Después de expresar algunas críticas a las explicaciones de Hilbert sobre axiomas y algunas observaciones de naturaleza general acerca de la demostrabilidad de la independencia de algún pensamiento, Frege observa: «Nos podríamos sentir tentados a contestar la pregunta [sobre si se corresponden pensamientos que son premisas y conclusiones, respectivamente, expresados en cada caso usando un vocabulario que tiene diferente sentido] en sentido afirmativo, invocando la *naturaleza formal* de las leyes lógicas... Pero esto sería prematuro; puesto que la lógica de ninguna manera es forma de manera irrestricta, tal como para esto se presupone. Si lo fuera, *careciera*

de todo esto no se desprende es que Frege haya pensado en esta (proto) teoría de demostración como basada «en ciertas inferencias y leyes ... lógicamente primitivas», concede Proops ahí mismo. Luego sugiere, sin embargo, que en unos trabajos de Tyler Burge (1998) y Robin Jeshion (2001, 2004) estos autores producen argumentos persuasivos de que es razonable creer que «Frege creía en la existencia de leyes de la lógica y reglas de inferencia que eran *primitivas* por su misma naturaleza» (Proops 2002, p. 292).

Proops describe el resultado de la discusión independiente de Burge y Jeshion así:

...Frege usó una noción no psicológica [de «auto-evidencia»] que tenía que ver con el lugar de una proposición en una jerarquía de verdades cuya estructura está formada por relaciones objetivas de justificación. Una verdad es «auto-evidente» en este sentido no psicológico si —como lo formula Jeshion— es «auto-sostenida». Esto quiere decir, que por su misma naturaleza no deriva su justificación de otras verdades, sino que contiene su propia evidencia o sustento dentro de sí misma. Cuando esto es así, la verdad en cuestión es en un sentido *absoluto* «indemostrable» pero puede ser capaz de servir de fundamento para otras verdades, en virtud de su carácter esencialmente auto-fundamentado. ... una verdad ocupa su posición en la jerarquía objetiva independientemente de nuestra decisión de seleccionarla como axioma (Proops 2002, p. 292).

Proops continúa que, si una explicación como la de Burge y Jeshion es correcta, «entonces Frege tendría a su disposición, después de todo, una concepción de leyes lógicas y principios de inferencia intrínsecamente primitivos». De esta manera hubiera eventualmente podido «decir que un pensamiento  $q$  depende objetivamente de otro,  $p$ , si  $q$  se puede derivar junto con leyes lógicas primitivas, haciendo uso sólo de reglas de inferencia lógicamente primitivas» (Proops 2002, p 292).

Proops no hace la aseveración rotunda de que Frege efectivamente haya estado comprometido con el proyecto de clarificar las nociones de ley lógica y regla de inferencias primitivas, pero dice que lo importante para su investigación era «que *Wittgenstein* podría haber entendido que Frege» lo estaba y que su definición de dependencia podía convertirse fácilmente en una explicación de implicación: «sólo se entiende la noción de demostración en

*de contenido*» (Frege 1906, pp. 427, 428; mi énfasis). Frege señala al final del artículo que, aparte de una ejecución más detallada del método y la formulación precisa de determinada ley fundamental, «se tendrá que determinar qué es lo que es una inferencia lógica y qué es lo que, propiamente, pertenece a la lógica» (Frege 1906, p. 429).

términos de la noción de Wittgenstein de inferencia, en lugar de la noción de Frege. (Es decir, no se requiere que  $p$  sea verdadera.)» (Proops 2002, p. 292). La creencia fundamental de Frege, aunque no la haya formulado como doctrina, según Proops, en palabras más directas, parece ser esta:

- (2) Las relaciones conceptuales entre los pensamientos no bastan para justificar las inferencias, sino que éstas dependen además de la presencia de verdades lógicas primitivas, no demostrables y auto-evidentes.

Es decir, al explicitar todos los pasos lógicos para deducir la verdad de un juicio de la verdad de otro —el proyecto de la *Begriffsschrift*— no sólo hacemos explícitos juicios tácitos sobre contenidos materiales,<sup>11</sup> sino que se hacen manifiestas también leyes lógicas primitivas, que *no dependen de otras verdades*, y que en cambio dan licencia para inferir otras verdades y que, de esta manera, son el sustrato de todo pensar, independientemente del contenido conceptual material del juicio.

Para respaldar su conclusión, Proops invoca los resultados de la investigación de Tyler Burge y Robin Jeshion, ya mencionados, para poner al descubierto los motivos filosóficos del logicismo de Frege. Según anunciamos al principio, en la siguiente sección veremos algunos aspectos de esta investigación que son relevantes para la cuestión que nos ocupa. Los axiomas, verdades primitivas no demostrables, auto-evidentes, con poder de justificar otras verdades, desempeñan un papel importante en estos trabajos, pero me parece que no soportan unívocamente la conclusión que Proops quiere extraer de su argumento. Me parece, más bien, que los dos trabajos pintan un cuadro muy complejo que habla finalmente en contra de la noción resumida en (2). En el último apartado nos apoyaremos en un trabajo de María José Frápolli y en la obra Robert B. Brandom para argumentar que (2) sería inconsistente con las convicciones de Frege que se pueden desprender del tenor de su obra.

### § 3. La motivación euclidiana de Frege

El tema central del ensayo de Proops es aclarar el sentido preciso de la crítica

<sup>11</sup> Uso el término «contenido material» en el sentido en que lo usan Wilfrid Sellars (1956) y Robert Brandom (1983) que se discutirá con un poco más detalle en la última parte de este trabajo.

de Wittgenstein y la cuestión de si esta crítica es atinada sólo entra en sus consideraciones como tema colateral. Para averiguar si hay en la doctrina de Frege objetivamente un aspecto que corresponde a la acusación formulada en el *Tractatus*, Proops intenta demostrar primero que Frege tiene efectivamente una teoría de demostración basada en leyes lógicas primitivas indemostrables y autoevidentes.

El intento de contestar esta pregunta lleva a Proops al pasaje de «Fundamentos de la geometría» que menciono arriba, donde Frege, efectivamente, parte del supuesto de que un pensamiento se sigue de un grupo de otros pensamientos  $\Omega$  «de manera que no se necesite ninguna oración no perteneciente al grupo  $\Omega$  *excepto leyes lógicas*» (cf. la nota de pie 3 arriba). Proops piensa que hay una relación entre esta definición de dependencia y una observación de Frege sobre las estructuras de demostración que son independientes del contenido concreto de los juicios a partir de las cuales se formulan:

En lugar de ligar una serie de inferencias directamente con un hecho, se puede —dejando a éste indeterminado— tomar el contenido del mismo en forma de una condición. Al reemplazar de esta manera todos los hechos en una serie de pensamientos por condiciones, se obtendrá el resultado en la forma de que un éxito depende ahora de una serie de condiciones (Frege 1884/1988 § 17.)

Aquí termina la cita de Proops. Frege inicia esta reflexión con la observación de que «...las leyes fundadas en la inducción son insuficientes. De éstas últimas deben deducirse nuevos enunciados que no están contenidos en ninguna de ellas. Que éstos se hallen, en cierto modo, incluidos en todas ellas juntas, no nos exime de la tarea de extraerlos de ahí y establecerlos por sí mismos». Aquí sigue inmediatamente el pasaje citado por Proops. Frege continúa después explicando que la estructura de condiciones en sí es de pensamiento puro y se puede aplicar no sólo a los hechos que entraron en su construcción, sino también a otros, y la verdad del resultado depende, entonces, del cumplimiento de la condición o de las condiciones que se hayan reemplazado:

No es imposible que las leyes de los números sean de esta naturaleza. Se trataría entonces de juicios analíticos, no obstante que no necesariamente se encuentren sólo mediante el pensar; puesto que la manera de encontrarlas no es lo que es relevante aquí, sino *la naturaleza de la fundamentación de demostración*. ... es la observación la que debería decidir entonces a fin de cuentas, si las condiciones contenidas en la ley así fundamentada se cumplen. Se llegaría de esta manera al final justamente al punto al que se llegaría

mediante la liga directa de la serie de inferencias con los hechos observados. Pero la manera de proceder, aquí insinuada, es preferible en muchos casos, porque *produce una ley general* que no forzosamente sería aplicable sólo a los hechos del presente caso. Las verdades de la aritmética tuvieran entonces una relación similar con aquellas de la lógica como los teoremas con los axiomas de la geometría.

Proops formaliza el método que Frege describe aquí y afirma que éste asume tácitamente el teorema de deducción: «si  $p \vdash q$ , entonces  $\vdash p \supset q$ » lo que quiere decir que  $q$  depende de  $p$  siempre que  $q$  sea derivable de  $p$ , y si «la sustitución de condiciones por hechos» se toma como reversible, se tendría que « $q$  depende de  $p$  si y sólo si  $\vdash p \supset q$ , es decir, si y sólo si  $p \vdash q$ ». Si este pasaje ha de demostrar el punto de Proops (y de Wittgenstein), entonces tendría que demostrar que Frege usa aquí el condicional material como verdad primitiva, indemostrable y autoevidente para justificar la dependencia de un pensamiento de otro, es decir, que un pensamiento se pueda inferir de otro. Pero Proops no llega al punto de afirmar literalmente esto, sino se limita a decir que «...se alude al menos al tipo de explicación a manera de «teoría de demostración» de la dependencia .. tan temprano como en *Grundlagen* —una obra que el Wittgenstein del *Tractatus* casi seguramente leyó» (Proops 2002, p. 293), insinuando, que si bien no es claro que Frege efectivamente arguya allí a favor de semejante teoría de demostración, es muy posible que Wittgenstein así lo haya entendido con al menos alguna justificación.

Esto es tanto más plausible, puesto que Wittgenstein conocía muy bien la interpretación que Russel hizo del logicismo de Frege en el apéndice A de *The Principles of Mathematics* y es muy probable que esto le haya influido en su lectura de Frege. Es esta influencia, pienso, la que se puede vislumbrar en la crítica externada en el *Tractatus* § 5.132. Tyler Burge la resume en términos generales así:

Desde los inicios de su carrera, Frege tuvo una motivación epistemológica para su logicismo. Él vio los juicios aritméticos como descansando sobre fundamentos de principios lógicos y él vio el descubrimiento de estos fundamentos como un descubrimiento de la naturaleza y la estructura de la *justificación* de verdades y juicios aritméticos. ... él pensó que el fundamento consiste de verdades lógicas primitivas que pueden ser usadas como axiomas y que son auto-evidentes. Principios lógicos y aritméticos diferentes de los que son auto-evidentes son justificados por ser demostrables a partir de axiomas auto-evidentes junto con definiciones auto-evidentes y reglas de inferencia auto-evidentes (Burge 1998, p. 305).

De manera similar, Robin Jeshion escribe: «Los intérpretes tradicionales entendieron el logicismo de Frege como motivado por la epistemología: Frege tenía el objetivo de establecer que las verdades de la aritmética eran analíticas para demostrar que nuestro conocimiento de la aritmética está anclado en un origen lógico» (Jeshion 2001, p. 937).

Tanto Burge como Jeshion se dedican a explorar independientemente distintas maneras en que esta visión «canónica» de Frege puede ser cuestionada a raíz de aspectos de su doctrina que no parecen concordar con ella.

Jeshion rechaza que haya motivos puramente matemáticos (Benacerraf, 1981) o puramente filosóficos (Weiner, 1984; Kitcher 1979; Kitcher 1986) para el programa logicista de Frege y plantea que un análisis detallado de la noción de auto-evidencia de Frege permite entender el logicismo de manera más completa si se incluye en la descripción de su doctrina una perspectiva euclidiana: como proyecto de demostrar los juicios aritméticos a partir de axiomas de manera similar como lo hizo Euclides para la geometría. Jeshion resume la razón euclidiana de Frege así:

Frege pensó que las verdades primitivas de la matemática tienen dos propiedades. (i) Que son *selbstverständlich*: tienen un fundamento seguro, pero no están fundamentadas en ninguna otra verdad, y como tales, no necesitan ninguna demostración. (ii) También son auto-evidentes: comprenderlas claramente es una base suficiente y poderosa para reconocer su verdad. Él también pensó que las relaciones de justificación epistémica en una ciencia reflejan una jerarquización natural de las verdades: en particular, lo que es auto-evidente es *selbstverständlich*. Al encontrar que muchos enunciados de la aritmética no son auto-evidentes, Frege concluyó que es necesario demostrarlos (Jeshion 2001, p. 944).

Kant argumenta que las fórmulas aritméticas son juicios sintéticos e inmediatamente ciertos («unmittelbar gewiss», i.e. *indemonstrabilia*) pero puesto que tratan de números concretos les falta generalidad, por lo que no pueden ser considerados axiomas (cf. *Crítica de la Razón Pura*, B 204 ss). Pero, dice Frege, la fórmula matemática « $135664 + 37863 = 173527$ » seguramente no es inmediatamente evidente (aquí Frege usa «einleuchtend» como sinónimo de «gewiss», que es la palabra que usa Kant). Frege piensa, por una parte, que fue precisamente esto lo que «le lleva a Kant a sostener el carácter sintético de estos enunciados. Pero lo anterior más bien habla en contra de su indemostrabilidad» (Frege 1884/1972, § 5), y que entonces deben ser demostradas para cumplir su objetivo «euclidiano».

Frege especula, por otra parte, con que el hecho de que Kant haya pensado que los juicios aritméticos eran auto-evidentes se deba posiblemente a que él haya considerado en este sentido sólo a las ecuaciones de números bajos y que, en cambio, tomó las proposiciones sobre números grandes como demostrables. Frege rechaza esto, puesto que a semejante distinción le faltaría nitidez. Vale la pena enfatizar en este contexto que Frege empieza en el § 5 la explicación de los motivos que existen para rechazar la doctrina de Kant con la observación de que es necesario «...distinguir las fórmulas numéricas que tratan de números concretos ... de las leyes generales que valen para todos los números enteros».<sup>12</sup>

Jeshion explica que para el lector en inglés (y español) los términos *selbstverständlich* y *einleuchtend* se suelen traducir como ‘auto-evidentes’, pero que Frege los usa regularmente, aunque no de manera totalmente consistente, para expresar requisitos distintos que debe cumplir un axioma, y la autora insiste en que esta diferencia es esencial para una comprensión correcta de la manera en que Frege apela a los axiomas para fundamentar sus demostraciones.

Ambas nociones son propiedades de verdades. Las verdades que son *selbstverständlich*<sup>13</sup> tienen ellas mismas una fundamentación segura, pero su verdad no está fundada en ninguna otra verdad. Por consiguiente, no requieren de ninguna demostración. Ser *selbstverständlich* les permite fundamentar otras proposiciones en la jerarquía fundacional. La segunda noción es una propiedad de una verdad referente al tipo de soporte epistémico que las personas que razonan pueden tener para aceptarla. Verdades que son *einleuchtend* —un término que se traduce naturalmente como ‘auto-evidente’— sólo requiere que se capte su contenido para reconocer su verdad. Estas dos nociones tienen ambas raíces en la tradición euclidiana. La tesis general que desarrollaré es que no

<sup>12</sup> Si el §5 de *Fundamentos de la aritmética* posiblemente sugiere un motivo euclidiano en el sentido de Jeshion, hay que tomar en cuenta también los §§ 87 en adelante, donde Frege explicita los motivos que tiene para rechazar la doctrina de Kant de que no nos son dados objetos sin intuición (en particular §§ 88, 89) que definitivamente revelan ser «filosóficos».

<sup>13</sup> El término se podría traducir normalmente como «sobrentendido», «algo que se entiende por sí solo». Pero esta traducción no expresa el sentido de «selbstverständlich» explicado en el pasaje citado. No entraré en una discusión detallada sobre el sentido casi técnico que Jeshion cree descubrir en el uso que Frege hace de estos términos, puesto que no es relevante para los fines de mi trabajo. Hasta donde sé, ningún estudioso de Frege de habla alemana ha notado que Frege estuviera usando estos términos sistemáticamente para expresar diferentes requisitos para los axiomas. Por ejemplo, Wolfgang Kühne (2009, Nota 95) dice: «Frege usa las expresiones [*unmittelbar einleuchtend* y *selbstverständlich*] intercambiables. La afirmación de Robin Jeshion en sentido contrario se basa en parte en lo que es presentado como una distinción fina sobre el alemán... O bien ella buscó la palabra equivocada en el diccionario... o debería desechar su diccionario».

podemos entender a Frege a menos que hagamos la distinción entre *selbstverständlich* y auto-evidente. Se requiere para entender cómo Frege construye demostraciones fundacionales últimas, por qué él pensó que las proposiciones de la aritmética requieren demostración, y su metodología para descubrir e identificar tales demostraciones (Jeshion 2004, p. 939).

La autora observa que, efectivamente, Frege cree que todas las disciplinas de las ciencias parten de un grupo de verdades primitivas, auto-sostenidas (*selbstverständlich*) e indemostrables, así como auto-evidentes (*einleuchtend*) que delimitan la ciencia en cuestión. Frege piensa que ellas contienen como en un núcleo todas las leyes lógicas que regulan la ciencia en cuestión. Y que todas las demás verdades de la ciencia, que carecen de las características de los axiomas, son deducibles de éstas. Es esto a lo que Frege alude también en el § 17 de *Fundamentos de la aritmética* que citamos arriba y que es el resultado de la crítica a Kant en el § 5.

Jeshion analiza con gran detalle cómo Frege justifica estas dos propiedades de los axiomas que luego sirven para justificar todas las verdades *demostrables* de una ciencia dada.<sup>14</sup> Proops piensa que es justamente la disponibilidad de semejante estructura de demostraciones la que explicaría la crítica de Wittgenstein y que, además, hace a Frege (quizás) objetivamente vulnerable a ella. Si tal jerarquía no sirve para demostrar que  $p$  se sigue de  $q$ , si bastan  $q$  y  $p$  para justificar esta inferencia ¿para qué la quiero? Trataré de ver brevemente si la investigación de Jeshion confirma lo que Proops cree encontrar en ella.

A grandes rasgos, Jeshion describe la postura de Frege respecto a las verdades primitivas así:

Todo saber se basa en unas verdades primitivas no demostrables, auto-evidentes. Euclides introdujo para la geometría un sistema axiomático (es decir, basado en verdades así) y Frege quiere hacer lo análogo para la aritmética (su «motivo euclidiano»). Los enunciados sobre números no son auto-evidentes y verdaderos, de lo que Frege concluye que son demostrables. Por lo mismo no son juicios sintéticos *a priori* sino analíticos —*pace* Kant.

Las verdades primitivas son para Frege indemostrables y, no obstante, verdaderas. Que sean indemostrables se debe para Frege a que no es posible

<sup>14</sup> El resultado de la investigación, hasta donde es relevante para este trabajo, no depende de esta distinción que Jeshion hace. Frege, en todo caso, puede usar diferentes términos de manera *no sistemática* para describir diferentes características que deben cumplir los axiomas y confiar que lo que quiere decir en cada caso sea claro desde el contexto. Esto no sería inusual para Frege.

descomponerlas en verdades más simples.<sup>15</sup> ¿Cómo sabemos que son verdaderas? Nosotros reconocemos a las verdades no demostrables gracias a que *las comprendemos totalmente* y las reconocemos como verdaderas. Jeshion argumenta que de acuerdo con Frege nosotros obtenemos una primera indicación de una verdad primitiva porque un enunciado es *obviamente* verdadero; sin embargo, en esto nos podemos equivocar (como e.g. el propio Frege se equivocó cuando pensó que su ley fundamental V es «obviamente verdadera». «Se juzga si  $p$  es auto-evidente de esta manera: se considera  $p$  y se reconoce si —o el grado en que— uno encuentra  $p$  imposible de rechazar meramente por entender  $p$ . Si uno lo hace y si uno no tiene ninguna razón para dudar de que uno entiende los conceptos en  $p$ , entonces uno juzga que  $p$  es auto-evidente» (Jeshion 2001, p. 965).

En cuanto a las demostraciones, estas son demostraciones deductivas que se basan en verdades primitivas para las cuales se emplean reglas de inferencia que se hacen explícitas y se aplican. Estas reglas determinan relaciones lógicas de dependencia entre oraciones y fundamentan las verdades no primitivas.

Las verdades primitivas contienen como un núcleo todas las leyes lógicas que regulan un campo del saber. Las verdades primitivas de la aritmética contienen de esta manera toda la aritmética junto con las reglas de inferencia. Pero esto es así porque los enunciados que expresan estas verdades primitivas contienen las palabras-concepto que son los últimos bloques de construcción de la aritmética. Se expresa en esto un orden natural, objetivo de las verdades (*Fundamentos de la aritmética* § 17), independiente de nuestra mente, sobre hechos matemáticos.

Las explicaciones de Jeshion sobre las cadenas de demostraciones, basadas en verdades primitivas y aplicando reglas de lógica son probablemente lo que Proops tiene en mente cuando insinúa que Frege eventualmente mantenía algo así como la tesis (2) arriba.

Pero esto no es lo que se desprende del trabajo de Robin Jeshion. Ella mantiene que un enunciado verdadero es auto-evidente en un sentido (que ella identifica con el término alemán *selbstverständlich*) «si y sólo si  $p$  está bien

<sup>15</sup> «Frege podría haber considerado su sistema de *Grundgesetze* como una primera pero necesaria etapa hacia una fundamentación lógica genuina. La falla de la ley básica V de tener la obviedad de los otros axiomas indica que la reducción no es la última etapa en el análisis. ... Esto hace que para Frege una verdad pueda ser primitiva provisional o temporalmente, mientras se descubra una manera de analizarla más» (Jeshion 2004, pp. 971–972, interpretando la segunda carta de Frege a Russell del 28 de julio de 1902 acerca de la *paradoja de Russell*).

fundamentado, pero la verdad de  $p$  no está basada en ninguna otra verdad» (Jeshion 2001, p. 949).

Por otra parte, un enunciado  $p$  es auto-evidente en un segundo sentido (que Jeshion identifica con la expresión alemana *einleuchtend*) «si y sólo si captar claramente a  $p$  es una base suficiente e irrechazable para reconocer la verdad de  $p$ » (Jeshion 2001, 953).

En otras palabras, las verdades son primitivas porque no se pueden descomponer analíticamente en verdades más simples que pudiesen servir para fundamentarlas y, por otra parte, no podemos rechazar su verdad porque son auto-evidentes en el segundo sentido. Para ser auto-evidentes, no basta que su verdad parezca obvia.<sup>16</sup> Lo que hace el truco es que el segundo sentido de auto-evidente «es implícitamente normativo. La noción de captar claramente el enunciado hace referencia implícita a estándares de *entender* un concepto. ... Igualmente, hay una referencia implícita a la *racionalidad*. Captar claramente un enunciado es una base suficiente e irrechazable para el reconocimiento de la verdad del enunciado por un *agente racional*» (Jeshion 2001, p. 956).

¿Cómo es posible, entonces, que tres diferentes matemáticos tengan por autoevidentes tres diferentes enunciados sobre números que son incompatibles entre sí? Frege dice en «Lógica en las matemáticas», hablando de definiciones incompatibles de la noción de número, que, por consiguiente, son nociones elementales de ciencias diferentes:

¿Cómo puede uno imaginar que dos ciencias totalmente distintas tienen en realidad el mismo contenido? ¿Sólo porque ambas se llaman aritmética, sólo porque en ambas se mencionan números, a pesar de que lo que en una se llama número es totalmente distinto de lo que en la otra se llama número? ¿O es que en realidad es la misma ciencia y que en el fondo también éste [matemático] asocia el mismo sentido con la palabra 'número' que aquel, sólo que no logra captar correctamente dicho sentido? Quizá el sentido les parezca tan borroso como una niebla de modo que, cuando intentan atrapararlo, no logran asirlo. Uno quizá falla en darle al blanco por el lado derecho en tanto que el otro falla en darle por el izquierdo; de ahí que no atrapen lo mismo, aunque eso sea lo que quieren. ¡Qué espesa ha de ser la niebla para que esto suceda! Pero esto tendría que hacerse manifiesto en las demostraciones (Frege 1914/2015, pp. 151–152).

«Los matemáticos captan el mismo pensamiento», dice Jeshion, «pero fallan en

<sup>16</sup> Wittgenstein parece haber juzgado a Frege mal también en este aspecto, cf. *Tractatus* 5.1363 y 6.1271. «Frege nunca entendió la obviedad como 'el criterio' — fundamento suficiente y necesario — para ser una verdad primitiva» (Jeshion 2004, p. 972–73).

entenderlo precisa y completamente. ... El entendimiento inexacto o incompleto produce juicios incorrectos acerca de la auto-evidencia de un enunciado». Un poco más adelante: puesto que un entendimiento poco claro no se revela por sí solo como carente de claridad, «la única manera de identificarlo como carente de claridad y remediar esta situación es ‘mediante trabajo científico’... Tal corrección se puede dar sólo si el entendimiento presente se codifica en juicios y se usa dentro de la elaboración de teorías científicas» (Jeshion 2004, pp. 964–968).

Lo que se desprende de este pasaje son dos cosas importantes para la cuestión que tratamos de resolver: Frege pensó que la claridad no depende de lo que *nos parece* claro; que en este aspecto nos podemos equivocar. La claridad que se requiere para asegurarnos que un enunciado sea una verdad primitiva es algo objetivo y se puede obtener mediante el análisis de los conceptos involucrados y de las relaciones entre ellos. Y que las demostraciones sirven para hacer explícitas estas relaciones entre los conceptos. Lo que fundamenta las reglas de la lógica son las inferencias entre afirmaciones y sus contenidos conceptuales materiales.

Si ahora volvemos a considerar el pasaje de *Fundamentos de la aritmética* §17 citado en la primera parte, lo que de este pasaje se desprende también es que Frege ve las reglas de inferencia como método para establecer leyes generales que permiten conectar verdades conceptuales materiales, gracias a sus características materiales de conceptos, pero no como lógicamente indispensables para justificar las inferencias, como hace suponer la crítica de Wittgenstein en 5.132.

Lo que el ensayo de Jeshion eventualmente hace plausible es que Frege entiende el logicismo *también* como un programa para demostrar la verdad de los enunciados aritméticos a partir de axiomas. Lo que no demuestra es que él entiende estas demostraciones como verdades indispensables para inferir la verdad de un enunciado de la verdad de otro en adición a la relación conceptual (intrínseca) entre los enunciados en cuestión. Ni tampoco entiende los axiomas como verdades lógicas cuya verdad es inexplicable (aunque no se pueda demostrar deductivamente de otras verdades). Su verdad se explica por los conceptos que intervienen en la constitución de su sentido, y entonces de las relaciones conceptuales que estos conceptos mantienen con otros conceptos.

El argumento de Tyler Burge es aún menos favorable a la interpretación de Proops que el de Jeshion. Él empieza su explicación diciendo:

El propósito de este ensayo es investigar la concepción de Frege del conocimiento y de la justificación de las verdades lógicas primitivas de las cuales él tenía la intención de tomar sus axiomas. Frege mantuvo las posiciones principales del racionalismo tradicional. Pero la naturaleza de su trabajo y su lugar en la historia proporcionaron a su genio filosófico material para complementar el punto de vista tradicional y de desarrollar aspectos desatendidos de éste de una manera que lo harían menos vulnerable a algunas de las objeciones tradicionales. De hecho, yo pienso que el punto de vista que él desarrolló tiene interés filosófico actual (Burge 1998, p. 306).<sup>17</sup>

Burge parte para su análisis con una cita extensa de un pasaje del prefacio de *Begriffsschrift* que repito aquí porque revela, de hecho, al menos en forma nuclear casi todo lo que es interesante para nuestra discusión:

El conocimiento de una verdad científica pasa, como regla, por varios grados de certidumbre. Quizá conjeturada al principio sobre la base de un número insuficiente de casos particulares, una proposición general se consolida cada vez más seguramente al cobrar conexión con otras verdades a través de *cadena de inferencias*, ya sea que de ella se deriven consecuencias que encuentren confirmación de otra manera, ya sea que, a la inversa, se la reconozca como consecuencia de proposiciones ya establecidas. Según esto, por una parte se puede preguntar por el modo en que gradualmente se gana una proposición y, por la otra, por la manera en que finalmente se la fundamenta [*begründet*] con máxima firmeza. Acaso la primera cuestión sea contestada de modo diferente por diferentes hombres: la última es más definida y su respuesta se conecta con *la naturaleza interna de la proposición considerada*. Es patente que la más firme es la *prueba lógica pura*, la cual, prescindiendo de las características particulares de la cosa, sólo, se *funda en las leyes sobre las que descansa todo conocimiento*. Por tanto, dividimos en dos clases todas las verdades que requieren una fundamentación [*Begründung*]; mientras que la prueba puramente lógica puede preceder a las unas, las otras deben apoyarse en hechos empíricos. Pero es perfectamente compatible el que una proposición pertenezca a la primera clase y que, sin embargo, jamás llegara a ser consciente en una mente humana si no hubiera actividad sensorial. De esta manera, no es el modo psicológico de producirse, sino el tipo más completo de prueba lo que está en la base de la clasificación (Frege 1879/1972, p. 3; mi énfasis).

Las enseñanzas que Burge extrae de inmediato de este pasaje son estas:

- (i) Frege traza una distinción nítida entre la génesis psicológica y la fundamentación de los conocimientos.

<sup>17</sup> Es interesante contrastar estas palabras con la opinión de Baker y Hacker citadas al principio de este trabajo.

- (ii) *Grund* en alemán significa tanto **fondo**, sobre lo que uno está parado, como **razón de ser** de algo. *Begründen*, insiste Burge, invoca la necesidad de una *justificación* epistémica. Esto hace que «una fundamentación sea asociada naturalmente con razones. Frege ve la demostración como la forma de justificación relevante principal que tiene que ver con la fundamentación de una verdad» (Burge 1998, p. 307). (El lado euclidiano de Frege, enunciado en el prefacio de *Begriffsschrift*).
- (iii) Cómo justificar una proposición se relaciona con la naturaleza interna de la proposición.
- (iv) La justificación más confiable es aquella que se puede llevar a cabo con base en las leyes de la lógica «sobre las que descansa todo conocimiento (Reminiscente del lema del movimiento racionalista del siglo XIX para combatir el naturalismo radical que surgió en Alemania después de la muerte de Hegel).
- (v) La justificación o fundamentación del conocimiento está asociada con proposiciones o (en la obra madura de Frege) pensamientos, no con las creencias de individuos. Este punto será de particular importancia en la discusión de la noción de las nociones de *selbstverständlich* y *einleuchtend* para justificar *nuestra* creencia en verdades primitivas, aunque Burge no sigue la distinción terminológica que vimos en Jeshion.<sup>18</sup>
- (vi) «La justificación para una proposición consiste en el mejor método para demostrarla — en una estructura de demostración abstracta real que constituye la *posibilidad* de llevar a cabo cierto tipo de demostración» (Burge 1998, p. 307).
- (vii) Para Frege la justificación es una estructura «que puede ser entendida o psicológicamente dominada de manera diferente por diferentes personas — o quizá no ser entendida en absoluto. La estructura está asociada con la "naturaleza interna de la proposición", no con las capacidades individuales o estados de los pensadores» (Burge, 1998, p. 308).

<sup>18</sup> El trabajo de Burge precede por varios años al de Jeshion. Sin embargo, los dos autores discutieron sobre su investigación desde la gestión del primero, según revela una nota de pie en el trabajo de Burge.

Para aclarar las cuestiones de la fundamentación de la verdad y de la naturaleza interna de las proposiciones, resumidas arriba en los puntos (ii) y (iii), Burge hace referencia al § 13 en que Frege empieza la «Representación y deducción de algunos juicios del pensamiento puro» en *Begriffsschrift*, donde también deja claro que no todas las proposiciones requieren una fundamentación, sino que algunas son auto-sostenidas. Burge nuevamente cita un pasaje extenso del cual quiero destacar en particular: «Es patente que no es lo mismo conocer meramente las leyes que conocer también cómo se compadecen unas con otras. [...] Puesto que de la inabarcable cantidad de leyes formulables no se puede enumerar todas, entonces no se alcanzará la totalidad, como no sea buscando aquellas que, *por su fuerza*, contengan en sí a todas» (Frege 1879/1972, p. 19; énfasis original).

De este pasaje, apoyándose adicionalmente en otros pasajes, tomados de diversos escritos menores de Frege, Burge llega a la conclusión de que «Frege piensa que la estructura reside en la naturaleza de las leyes o de los contenidos. Leyes básicas, fundacionales tienen, gracias a su contenido o naturaleza, el poder de demostrar o implicar otras» (Burge 1998, p. 309) y Frege piensa además que estas leyes son indemostrables, y que los componentes básicos de los pensamientos son simples, no definibles, que tienen el poder de definir a otros, gracias a su contenido o su naturaleza.

Burge confirma estas conclusiones con observaciones similares a partir de pasajes más extensas y en algunos puntos más explícitos de *Fundamentos de la aritmética*.

Burge observa, además, que la preocupación de Frege es «...ofrecer herramientas lógicas que le permitan a uno determinar la naturaleza exacta de una demostración o justificación. Le preocupa, más en detalle, que dejar de formalizar las etapas en una demostración tienda a que se hagan inferencias que funden de manera inarticulada varias etapas en una» (Burge 1998, p. 309), actitud que para Frege implica el riesgo de tentar a uno a pensar que la inferencia depende de una «intuición», una «capacidad cognitiva no lógica, cuando de hecho es puramente lógica», lo que podría constituir un obstáculo para la tesis logicista.

El resumen de las observaciones que Burge nos ofrece en las páginas iniciales de su análisis parece concordar, al menos a primera vista, con la conclusión de Proops (y del joven Wittgenstein): Frege parece afirmar que la capacidad de justificar las inferencias reside en la estructura interna de unas proposiciones muy peculiares: unas leyes fundamentales de la lógica que no

pueden ser demostradas pero que tampoco requieren demostración por ser verdaderas de manera autoevidente e ineludible. Sería apelando a estas proposiciones particulares, las leyes lógicas, como justificamos las inferencias entre las demás proposiciones. La justificación así procede a través de una estructura de demostración jerárquica mediante la implicación material a partir de verdades primitivas indemostrables. Apelando, justamente, a leyes externas a las proposiciones que queremos demostrar, tal como se queja el joven Wittgenstein y en que Proops le da la razón, al menos en parte.

El trabajo de Burge, después de estas observaciones iniciales, se dedica principalmente a conciliar aparentes o reales tensiones entre los diferentes aspectos de la doctrina de Frege, como la manera de *introducir* los axiomas y la creencia de que son auto-evidentes, elementos pragmáticos que no parecen conciliables con el punto de vista tradicional y la relación entre las tendencias euclidianas y pragmáticas.

Como ocurre con Jeshion también Burge ve que Frege apela en sus argumentos a una forma de euclidianismo, pero

no obstante, de mencionar frecuentemente la auto-evidencia, casi nunca apela a ella para justificar su propia teoría lógica o los axiomas lógicos. Nunca dice o implica que las convicciones sobre auto-evidencia sean infalibles. ... el método de Frege es no-euclidiano no sólo por su relativo descuido de la auto-evidencia cuando argumenta sobre su teoría lógica, sino por su manera original en que desarrolla esta teoría. ... [El análisis riguroso] se alcanza en primer lugar no mediante la consulta de la intuición sin apoyo, sino con la observación de patrones inferenciales en el razonamiento científico-matemático real. Frege ridiculiza la idea de que alguien pueda encontrar conceptos lógicos apropiados y estructuras lógicas listas para uso mediante la consulta a la intuición. ... Según es muy conocido, el método de Frege era concluir la estructura lógica mediante la observación de patrones de juicios y patrones de inferencias y postular luego estructuras formales que darían cuenta de estos patrones» (Burge 1998, pp. 327–330).

Parte de la propuesta de Burge para conciliar los conflictos aparentes entre los diferentes aspectos de la doctrina de Frege consiste en proponer una descripción diferenciada del anti-psicologismo de Frege en la que busca explicar cómo es que para nosotros como individuos no siempre es obvia la verdad auto-evidente de los axiomas. En este sentido confirma que Frege tiene una concepción objetiva de auto-evidencia que sigue en términos generales al racionalismo tradicional. Pero Burge insiste al mismo tiempo que esto no basta para explicar la noción de auto-evidencia de Frege. Evidentemente *nosotros* nos podemos equivocar en la apreciación de los axiomas, como Frege admite muy

notoriamente en el apéndice al tomo II de *Grundgesetze* en respuesta a las objeciones de Russell. Y no sólo le pasa esto a Frege: «...la misma tensión entre requerimientos objetivos de auto-evidencia y experiencias subjetivas de la obviedad para axiomas surgió en la tradición euclidiana» (Burge 1998, p. 342), por ejemplo, acerca del axioma de las paralelas. Explicar la apreciación de la auto-evidencia de los axiomas, concluye Burge, requiere de un elemento subjetivo y de otro objetivo. Frege acepta el momento subjetivo y cree que «nuestra aceptación de pensamientos como principios básicos es falible». Su concepción de lo que es necesario para una comprensión adecuada, necesario para que lo que es objetivamente auto-evidente también sea obvio para nosotros «... descansa sobre su método de encontrar una estructura lógica mediante el estudio de patrones de inferencia. Llegar a un entendimiento de la estructura lógica es necesario para un entendimiento completo de un pensamiento. Y el entendimiento de una estructura lógica proviene de ver cuáles estructuras son las más fructíferas para dar cuenta de los patrones de inferencia con que nos comprometemos reflectivamente» (Burge 1998, p. 344)

¿Cómo explica Frege, según Burge, que aceptemos justificadamente la verdad de los pensamientos no demostrables? Burge caracteriza las verdades auto-evidentes, según las entiende Frege, así: «Una verdad es auto-evidente ... si (i) una mente idealmente racional fuese racional al creerla; (ii) esta racionalidad al creerla no depende para su racionalidad de que la infiera de otras verdades — o razones acerca de su relación con otras verdades; sólo proviene de entenderla; y (iii) creerla es inevitable para una mente idealmente racional que la entiende completa y profundamente» (Burge 1998, 340).<sup>19</sup>

<sup>19</sup> La explicación que Künne (2009, pp. 50–54) da en las páginas dedicadas a la noción de auto-evidencia en Frege y cómo el joven Wittgenstein la entendía en su ensayo «Wittgenstein and Frege's Logical Investigation» (enfocado en los últimos ensayos publicados de aquel «Der Gedanke» [El pensamiento], «Die Verneinung» [La negación] y «Gedankengefüge» [Pensamientos compuestos], así como el fragmento «Logische Allgemeinheit» [Generalidad lógica]) difiere en detalles pero es compatible con el tenor general de lo expuesto por Jeshion y Burge en cuanto a la auto-evidencia, a pesar de su crítica de la explicación lingüística de Jeshion (cf. nota de pie 13 arriba): según él, para Frege, «un pensamiento  $x$  es objetivamente auto-evidente si y sólo si al captar  $x$  claramente uno se da cuenta de que  $x$  es verdadero. ... un pensamiento  $x$  es subjetivamente auto-evidente para un pensador y justamente si  $x$  le parece objetivamente auto-evidente a  $y$ ». Igualmente, que Burge, Künne apela a la desafortunada ley básica V para ilustrar esta diferencia y explicar así la noción de auto-evidencia de Frege. Künne, sin embargo, enfoca su crítica del punto de vista de Wittgenstein no en la justificación de las inferencias, sino en TLP 4.442, notando que Wittgenstein equivocadamente interpreta el signo « $\vdash$ » (la barra de juicio más la barra de contenido o la horizontal) de Frege como signo primitivo (como lo toma Russell), lo que hace que su crítica yerre el blanco.

Aún más que Jeshion, Burge enfatiza el origen de las reglas de inferencia en la praxis inferencial de las ciencias. «Su concepción descansa en su método de encontrar la estructura lógica mediante el estudio de patrones de inferencia». (Burge 1998, p. 344). Lo que decide entre diferentes patrones para dar cuenta de las inferencias se decide a través de un largo uso en la praxis, ofreciendo ventajas como simplicidad, plausibilidad y productividad.

Proops parece sugerir que del hecho de que Jeshion y Burge reconozcan una motivación euclidiana en Frege, la cual se manifiesta a través de su muy conocida insistencia en demostrar lo demostrable recurriendo a reglas de lógica pura, se siga que Wittgenstein tenga razón en acusar a Frege de apelar para la justificación de las inferencias a reglas de lógica *ajenas* a las proposiciones que son parte de la inferencia. Un análisis más detallado de ambos trabajos revela, sin embargo, que ambos autores piensan que Frege justifica nuestro conocimiento de las verdades lógicas primitivas —que para su verdad no dependen de otras proposiciones— a partir de la *praxis* de inferir y que las leyes lógicas que forman la estructura interna de las proposiciones lógicas primitivas y que se manifiestan gracias a esta fuerza que les confiere dicha estructura, proporcionan a su vez una estructura confiable, fructífera y perspicaz que permite economizar las demostraciones mediante la subsunción conceptual y la universalización de los hechos singulares. Pero ambos autores no dejan duda de que el orden de la explicación es de la praxis de inferir a las reglas de inferencia, no al revés. Lo que en todo caso no encontramos es que la inferencia dependa de la justificación por reglas de inferencia más allá de las relaciones conceptuales que existen entre los pensamientos; o sea, más allá de poder inferir  $p$  de  $q$  gracias a su contenido conceptual material — o para decirlo con Wittgenstein, de sus fundamentos de verdad compartidos.

#### § 4. De la praxis de inferir a las reglas de inferencia

Hasta aquí he intentado mostrar que la afirmación de Wittgenstein en 5.132 del *Tractatus* de que Frege recurre a reglas de inferencia para justificar la conclusión de  $q$  a  $p$  si  $p$  se sigue de  $q$ , está basada aparentemente en una apreciación errada de la manera en que Frege apela a verdades primitivas y reglas lógicas para construir una jerarquía deductiva de verdades. La presente sección se plantea la presentación de un cuadro positivo del inferencialismo conceptual y expresivismo lógico de Frege que son el sustento también de la construcción de sus demostraciones en aritmética como una jerarquía de verdades basadas en verdades simples, indemostrables y auto-evidentes.

El Frege con el que Wittgenstein tuvo trato personal y de quien Russell creía que sus doctrinas coincidían básicamente con las suyas en las cuestiones esenciales (véase los primeros párrafos del apéndice A de *Principles of Mathematics*) había pasado por una serie de transformaciones, llegado a madurar su doctrina logicista, vivido a través de su derrumbe y desarrollado en todo este trayecto puntos de vista acabados que hacían difícil entender el origen y el fondo de sus convicciones. Frege había enviado al joven Wittgenstein a estudiar con Russell justamente los problemas relacionados con la fundamentación de las matemáticas y de la lógica que ellos dos habían empezado a discutir en un encuentro en Jena en 1911, ocasión en que «Frege barrió el piso con él», según Wittgenstein contó varias décadas después a Peter Geach.<sup>20</sup> No podía haber duda de que los tres perseguían la misma ciencia, para aludir al pasaje de «Lógica en las matemáticas» que cité unos párrafos arriba, es decir, hablaban de las mismas cosas, en ocasiones usando términos diferentes, en ocasiones defendiendo posturas divergentes acerca, sin embargo, de cuestiones bien definidas. Pero también es cierto que las convicciones de Frege habían crecido sobre raíces cuya significación era difícil de apreciar en la época en que los tres pioneros de la filosofía analítica contemporánea discutían entre sí, en parte en persona, en parte por cartas.

Descifrar cómo estas raíces dominan las convicciones profundas de Frege a través de las transformaciones que sufrió su manifestación en la obra escrita es importante para entender las diferencias entre las posturas de Frege, Russell y Wittgenstein acerca de la cuestión que presentemente nos ocupa, en particular también para no dejarse seducir por la impresión de que él podría haber sido un platónico que ubicaba el fundamento de las verdades lógicas indemostrables en el Topos Uranos.

Robert B. Brandom (2000, p. 49) clasifica a los filósofos modernos en representacionalistas e inferencialistas y, a primera vista quizá sorprendentemente, cuenta a Frege entre los inferencialistas. La explicación que él ofrece de esta decisión nos permite ver muchos de los aspectos implícitos en la doctrina de Frege que a veces son difíciles de notar a partir de su formulación madura en *Grundgesetze*.

Para empezar, Brandom nos remite a cómo Frege introduce la noción del contenido de un enunciado explícitamente en términos inferenciales:

<sup>20</sup> Künne (2009, p. 27) cita a Brian McGuinness, Peter Geach, Maurice Drury y Hermine Wittgenstein como fuentes de esta información.

... los contenidos de dos juicios pueden ser distintos de doble manera: primero, que las consecuencias que se puedan derivar de uno, en combinación con otros juicios determinados, se sigan también del otro, en combinación con los mismos otros juicios; en segundo lugar, que no sea este el caso. Las dos proposiciones: «en Platea derrotaron los griegos a los persas» y «en Platea fueron derrotados los persas por los griegos», se distinguen de la primera manera. Aun cuando se puede reconocer una pequeña diferencia en el sentido, la concordancia, no obstante, prevalece. Así, a aquella parte del contenido que es la misma en ambas, la llamo el contenido judicable. Puesto que sólo éste tiene significado para la conceptografía, no necesito hacer distinción alguna entre proposiciones que tienen el mismo contenido judicable. ... en mi lenguaje de fórmulas... sólo se considera aquello que influye en las posibles consecuencias. Cabalmente se expresará todo lo necesario para una inferencia correcta; pero lo que no es necesario... tampoco se indicará (Frege 1879/1972, § 3).

Lo interesante de este pasaje para nuestra investigación es que Frege define el contenido relevante de los juicios con aquellos aspectos de ellos que intervienen en las inferencias. Dos enunciados que así tienen el mismo contenido conceptual son intercambiables sin que por ello un juicio verdadero se pueda convertir en uno falso. Para enfatizar el inferencialismo que esta actitud revela, opuesto al representacionalismo que frecuentemente se adscribe a Frege, Brandom (1994, p. 81) remite a un pasaje aún más explícito de un trabajo que Frege intentó en vano publicar, en el cual éste compara su ideografía con el lenguaje simbólico de Boole: «A diferencia de Boole yo parto de los juicios y de sus contenidos, y no de los conceptos. ... En lugar de componer entonces el juicio de un objeto individual como sujeto y un concepto, previamente formado, como predicado, dejamos inversamente que el contenido juzgable se descomponga y obtenemos así el concepto» (Frege 1983, p. 17–18).

El análisis desciende de la unidad mínima del sentido, el juicio, pensamiento y su expresión perceptible, la oración, respectivamente, mediante descomposición a las unidades que luego se consideran sus componentes. Brandom observa que los cambios introducidos por Frege en 1891 en su doctrina, reemplazando la inferencia como primaria en el orden explicativo por la verdad, podrían hacer pensar que también haya abandonado un inferencialismo por un representacionalismo. Este es un punto que tendremos que atender más adelante. Lo importante por el momento y para la cuestión que queremos resolver es que el logicismo de Frege arrancó de una base inferencialista.<sup>21</sup>

<sup>21</sup> No persigo en el presente trabajo la cuestión si se encuentran en la doctrina de Frege también

La corrección de la inferencia *determina* de esta manera el contenido conceptual de sus *premisas y conclusiones*. Brandom llama a este tipo de inferencia, siguiendo a Sellars, inferencias *materiales*. «Aprobar estas inferencias es parte del captar o dominar estos conceptos, muy aparte de toda competencia *lógica* específica» (Brandom 2000, p. 52).

El siguiente paso de Brandom es señalar que, mientras las inferencias lógicas, formalmente correctas, se pueden obtener naturalmente de inferencias materiales correctas, lo inverso no se da.

... [la] noción sustitucional de inferencia formalmente buena no necesariamente se relaciona con la *lógica*. Si lo que es de interés es la forma *lógica*, entonces debemos poder distinguir antecedentemente algún vocabulario como peculiarmente lógico. Una vez que se hace esto, la estrategia semántica fregeana de buscar características que son invariantes bajo sustitución produce una noción de inferencias *lógicamente* válidas. Pero si uno selecciona un vocabulario *teológico*... como privilegiado, entonces buscar cuáles sustituciones de vocabulario no-teológico... mantienen el estatus de la inferencia, seleccionará inferencias que son buenas en virtud de su forma *teológica*... (Brandom 2000, p. 55).

La siguiente característica de la estrategia inicial para construir fundamentos sólidos para la ciencia de Frege, interesante para nuestro problema, Brandom la liga con otra faceta del pasaje de la *Begriffsschrift* citado hace unos momentos. Lo que la ideografía de Frege está diseñada para realizar no es demostrar algo, sino *expresar* lo más completamente posible las relaciones conceptuales implícitas en los juicios. «... se expresará todo lo necesario para una inferencia correcta». Nuevamente Brandom recurre a la comparación que Frege hace entre su conceptografía y el lenguaje simbólico de Boole: «Lo que tenía en mente era desde el principio *la expresión de un contenido*. ... Pero el contenido debería representarse más preciso que en el lenguaje verbal» (Frege 1983, p. 13)

Frege continúa un poco después, quejándose de la incapacidad de la

elementos que podrían leerse como una explicación representacionista de la semántica. Si los hay, son irrelevantes para la doctrina expuesta en *Begriffsschrift* aunque podrían jugar cierto papel en la doctrina desarrollada a partir de 1891 y que es, ciertamente, el referente del joven Wittgenstein. Una posición que yo defenderé a lo largo del presente proyecto de reflexión, sin embargo, es que Frege nunca abandonó los fundamentos de su filosofía original, que son esencialmente inferencialistas, holistas y racionalistas y se oponen en su esencia a posiciones representacionistas, atomistas y empiristas (cf. la «Introducción» en Brandom 2000, en particular pp. 29, 47, 49–50 y 52).

aritmética de traducir los conceptos precisos que su investigación genera a un lenguaje simbólico, y captar así todas las distinciones necesarias para su correcto entendimiento:

La razón de esta incapacidad de formar conceptos de una manera científica es la ausencia de uno de dos componentes de los que todo lenguaje altamente desarrollado debe consistir. A saber, se puede distinguir la parte formal ... de la parte material, propiamente hablando. Los signos de la aritmética corresponden a ésta. Lo que aún nos falta es el cemento lógico que unirá firmemente a estos bloques de construcción. ... En cambio, la lógica simbólica de Boole sólo representa la parte formal del lenguaje (Frege 1983, p. 14).

En cambio, la ideografía, según Frege resume al final del escrito citado, (i) facilita la representación de un contenido en asociación con los signos aritméticos y geométricos, (ii) es capaz de representar la formación de los conceptos que se requieren en la ciencia.

El papel fundamental que en el lenguaje de Boole (y en el de Tarski, observa Brandom) ocupa la identidad de las extensiones, en Frege lo ocupa la relación hipotética, precisamente definida, entre los contenidos de juicios posibles, según Frege observa en el mismo escrito.

¿Por qué la relación hipotética, i.e., el condicional? El condicional permite hacer explícitas las relaciones inferenciales materiales entre una premisa (el antecedente) y una conclusión (el consecuente). «Puesto que de acuerdo al punto de vista inferencialista de los contenidos conceptuales, de lo que consisten los contenidos conceptuales son estas relaciones inferenciales materiales, implícitamente reconocidas, se da que el condicional permite que tales contenidos sean expresados explícitamente» (Brandom 2000, p. 60). El vocabulario lógico de Frege (el condicional) tiene un papel expresivo: «hacer explícitas las inferencias que están implícitas en los contenidos conceptuales de los conceptos no lógicos» (Brandom 2000, p. 61)

En base a estas observaciones estamos ahora en posición de ver que, si bien las suposiciones más bien implícitas de Frege sobre la relación entre las proposiciones y los hechos de que tratan es muy diferente de lo que propone Wittgenstein en el *Tractatus*, su tratamiento de las inferencias se basa también, últimamente, en la convicción de que: la lógica es algo inherente a la estructura de los pensamientos, no ajeno ni independiente de ellos. Para Frege, el condicional meramente hace explícito el tipo de relación que está implícito en ellos. Lo que el condicional para Frege no es, al menos antes de 1891, es una verdad lógica primitiva que *justifique* esta relación.

Lo que falta por ver ahora es, por una parte, cuál es la situación si de objetos y conceptos de lógica pura se trata como en el caso de la aritmética y, por otra parte, que esta situación no haya cambiado con la sustitución de la noción de contenido juzgable por las de sentido y significado.

Brandom ve claramente en el joven Frege una inspiración para el inferencialismo de Wilfrid Sellars y para el suyo propio, pero se queja de dos situaciones:

Desafortunadamente, Frege entiende su principio semántico no meramente como condición necesaria para una buena inferencia, sino también como condición suficiente. El resultado de este paso es que el único dispositivo disponible para explicitar prácticas inferenciales es el condicional veritativo–funcional. Y la consecuencia de este equipamiento empobrecido es que la *Begriffsschrift* se queda corta de su objetivo de codificar las inferencias materiales que dan su significancia a las oraciones reales captando únicamente inferencias puramente formales, y expresando los roles conceptuales sólo de un vocabulario puramente lógico (Brandom 1983, p. 639).

El *principio semántico* de Frege a que Brandom se refiere aquí es «que las inferencias buenas jamás pasan de premisas que son verdaderas a conclusiones que no sean verdaderas» (1983, p. 639). Brandom comenta sobre esta situación:

Esta es una noción muy débil de buena inferencia: la inferencia de «la nieve es blanca» a «el pasto es verde» es una inferencia buena en este sentido, aunque la premisa nada tiene que ver con la conclusión. ... Sorprendentemente Frege era capaz de demostrar que esta noción débil de buena inferencia basta para muchos propósitos en las matemáticas (Brandom 2009, p. 166).

En ambos escritos, sin embargo, Brandom nota inmediatamente que esta restricción se aplica precisamente a la aritmética que trata de objetos y conceptos de lógica pura y que el pasaje de *Begriffsschrift* § 3 que hemos citado hace unos momentos provee una noción antecedente de lo que es una buena inferencia que permite usar esta noción para invertir la situación explicativa: «la verdad es lo que es conservada por una buena inferencia».<sup>22</sup> La importancia primordial del *contenido* conceptual para el joven Frege, al menos, es confirmada también por los pasajes de su escrito sobre el simbolismo de Boole que también citamos un poco más arriba. «El principio semántico de Frege que

<sup>22</sup> Sin que esto se deba entender como una definición de la verdad, que Frege tomaba como noción primitiva indefinible, al menos a partir de 1891.

relaciona la verdad con la inferencia nos dice que todo lo que puede desempeñar el papel tanto de premisa como de conclusión en una inferencia será el tipo de cosa apropiada para ser evaluada en cuanto a su *verdad*» (Brandom 2009, p. 168).

Es claro a partir de la propia *Begriffsschrift* que Frege no creía que su ideografía era en principio limitada a la expresión de verdades puramente lógicas, sino que se podían agregar algunos signos específicos para que pueda hablar de los objetos que le interesaran a alguna otra ciencia, aparte de la aritmética. Por otra parte, el pasaje de *Fundamentos de la aritmética* § 17 que citan tanto Proops como Burge deja claro que los conceptos puramente lógicos y nociones como la implicación material (malamente así llamada, puesto que en realidad es una implicación puramente formal, para hablar con Brandom) son introducidos a partir de contenidos materiales particulares (a saber, en el caso de la aritmética, de los números). Es claro que el principio de la prioridad proposicional (Frápolti 2017), que es un principio clave del pragmatismo, vale al menos para el joven Frege tanto para hablar de objetos intuitivos como de objetos de lógica pura.

Frápolti (2017, p. 8) identifica dos vertientes en el principio de la prioridad proposicional: una enfocada a la lógica, que ubica el locus de propiedades y relaciones lógicas en los contenidos juzgables o pensamientos enteros (y no son los componentes de éstos los que anteceden los portan y aportan a los contenidos enteros). La otra vertiente hace lo propio con las propiedades semánticas en cuanto a las oraciones y se conoce comúnmente como el *principio de contexto*. El inferencialismo de Frege que defienden Brandom y Frápolti, pero con el cual tampoco están peleadas las lecturas que Jeshion y Burge hacen de Frege, está estrechamente relacionado con el principio de contexto.

Hay algunos pasajes en los cuales Frege, más bien, parece defender ideas contrarias al principio de contexto. Frápolti menciona pasajes conocidos de «Sobre sentido y significado»,<sup>23</sup> «Lógica en las matemáticas»<sup>24</sup> y «La negación»;<sup>25</sup>

<sup>23</sup> «¿Tiene quizá la oración como un todo solo un sentido, pero no una referencia? En todo caso, puede esperarse que se den tales oraciones, del mismo modo que hay partes de oraciones que tienen ciertamente un sentido, pero no tienen referencia. Las oraciones que contienen nombres propios sin referencia serán de este género. La oración "Ulises fue desembarcado en Ítaca profundamente dormido" tiene obviamente un sentido. Pero puesto que es dudoso que el nombre "Ulises" que aparece en ella tenga una referencia, es también dudoso que la oración entera la tenga». (Frege 1892/1998, p. 91).

<sup>24</sup> «El poder del lenguaje es maravilloso. Por medio de unos cuantos sonidos y combinaciones de sonidos es susceptible de expresar una enorme cantidad de pensamientos incluyendo pensamientos

niega, sin embargo, que sean incompatibles con el principio de contexto:

La clave nos la ofrece la analogía con los enunciados de la aritmética. Los conceptos expresados mediante predicados de los lenguajes naturales se comportan en muchos sentidos relevantes como se comportan las funciones en aritmética. «[U]n concepto», leemos en «Función y Concepto», «... es una función cuyo valor es siempre un valor de verdad». No tiene sentido preguntarse cuál es el valor de una función si no se presenta un argumento para la misma. El valor para la función « $\sqrt{\quad}$ » no es nada a menos que se ofrezca el argumento al que la función se aplica para obtener el valor. Para el argumento «9» el valor es «3». Sin argumento, preguntar por el valor de la función en general es un sinsentido. Esta explicación puede adaptarse punto por punto al análisis de oraciones como «Ulises fue desembarcado en Ítaca profundamente dormido». El predicado «fue desembarcado en Ítaca profundamente dormido» expresa un concepto, una función, cuyos argumentos son objetos de un tipo especial, los objetos del dominio de la función, y cuyos valores son objetos de un tipo especial, lo verdadero y lo falso. Si el nombre «Ulises» no refiere a un objeto del tipo requerido, entonces, a pesar de las apariencias, «Ulises fue desembarcado en Ítaca profundamente dormido» no se asemeja a « $\sqrt{9}$ ». Se asemeja a « $\sqrt{(\quad)}$ », donde « $(\quad)$ » solo indica el lugar de argumento. Sin argumento no hay valor, y esta trivialidad es neutral respecto de [el principio de composicionalidad] (Frápolti (2017, p. 8).

Brandom (2000, pp. 127–128) propone que en pasajes como el de «Lógica en las matemáticas» donde Frege parece suscribir un principio de composicionalidad, él más bien ofrece una explicación de nuestra capacidad de generar y entender un número infinitamente grande de oraciones a partir de un reducido número de oraciones muestra mediante el principio de análisis y

que nunca antes fueron captados y expresados por ningún hombre. ¿Qué es lo que hace posible ese poder? El que los pensamientos se construyan por medio de ladrillos de pensamiento. Y estos ladrillos corresponden a los grupos de sonidos a partir de los cuales se construye la oración que expresa el pensamiento, de modo que a la construcción de la oración a partir de las partes de oración corresponde la construcción del pensamiento a partir de las partes de pensamiento. Y se puede llamar a la parte de pensamiento el sentido de la correspondiente parte de oración, así como se considerará el pensamiento como el sentido de la oración» (Frege 1914/2015, p. 162).

<sup>25</sup> «Si alguna de las partes componentes de la oración careciese de sentido, la totalidad carecería también de sentido. A partir de esto puede reconocerse qué diferencia hay entre una oración que carezca de sentido y una que exprese un pensamiento falso» (Frege 1919/1976, p. 56). La traducción del pasaje, sin embargo, es defectuosa de una manera importante: lo que Frege realmente dice en este pasaje de «die Negation» es: «Si alguna de las **oraciones parciales** careciese de sentido...». De lo que se trata en el pasaje en cuestión es un condicional, compuesto de un antecedente y un consecuente. Las partes en cuestión son, en todo caso, oraciones, no expresiones sub-oracionales».

sustitución.<sup>26</sup>

Lo que es notable del argumento de Frápolli es que todos los pasajes que menciona datan de 1891 o después, y no hay ni la más mínima duda de que el principio dominante allí es también el principio del análisis de la unidad mínima de sentido, el pensamiento o la oración.

Lo propio se puede decir de la obra principal de Frege, *Leyes fundamentales de la aritmética*, donde claramente la unidad mínima de sentido es  $\vdash A$ : La afirmación de la verdad de  $A$ . El significado de esta afirmación es «lo verdadero». Y todos los demás signos de la ideografía que usa esta obra se definen en términos de esta unidad mínima de sentido mediante análisis en argumento y función y sus combinaciones, definidas en términos de funciones de verdad.

## § 5. Recapitulación

Si nos apegamos a la lectura de Proops, entonces Wittgenstein acusa a Frege (y a Russell) de requerir reglas de inferencias que son lógicamente primitivas o deducidas de lógicas primitivas, para justificar que infiramos  $p$  de  $q$ , cuando de acuerdo a su propia convicción la relación que permite esta inferencia está dada por la forma lógica de las proposiciones en cuestión sin que sea necesaria ninguna aportación adicional de nosotros. Mi objetivo era averiguar si Frege efectivamente recurre a las reglas de inferencias para justificar el paso de  $q$  a  $p$ . Lo que encontramos es que, más bien, Frege justifica las reglas de inferencia a partir del hecho de que la inferencia de una conclusión  $p$  a partir de una premisa  $q$  es válida; es decir, no convierte un juicio, un pensamiento, un enunciado verdaderos en uno falso. Hemos observado que Frege introduce el condicional a partir de inferencias particulares, tomadas de las prácticas matemáticas, como herramienta conveniente en el proceder científico, ya que permite la formulación de leyes generales. Y que es a partir de este movimiento

<sup>26</sup> «...hay dos tipos de restricciones sobre el uso correcto de expresiones sub-oracionales, según sus papeles de descomposición y composición, respectivamente. Su uso correcto se tiene que determinar por el uso correcto de un subconjunto relativamente pequeño de oraciones en que pueden aparecer como componentes, y su uso correcto tiene que determinar colectivamente el uso correcto de todas las oraciones en las cuales aparecen como componentes. / La clave para la solución que Frege aprueba es la noción de *sustitución*. En la primera etapa o la etapa de descomposición, las oraciones se deben analizar en componentes sub-oracionales ... en la segunda etapa o etapa de recomposición, nuevas oraciones ... han de generarse como aplicación de funciones conocidas a expresiones sustituibles conocidas» (Brandom 2000, p. 129).

que admite la construcción de jerarquías de verdad a partir de verdades indemostrables, debido a que resisten el análisis. Que nuestra convicción, de que efectivamente sean *verdades* no demostrables, depende de la capacidad inferencial de una racionalidad ideal. La naturaleza de verdad primitiva de la noción en cuestión puede ser provisional, y la apariencia de su naturaleza autoevidente puede deberse a una comprensión defectuosa de los conceptos en cuestión. Concluimos que las características de la lógica que acabamos de enumerar son muy visibles en el Frege joven. Pero es mi convicción de que siguen vigentes como fundamentos dominantes también en desarrollos posteriores de su doctrina, aunque allí pueden pasar desapercibidas, ocultas por las explicaciones enfatizadas de los nuevos aspectos que Frege introduce a partir de 1891. La continuación de este trabajo tendrá que producir argumentos a favor de esta convicción.\*

\* Agradezco a María José Frápolli, Juan José Acero, Henrik Zinkernagel y Jorge Roaro la revisión de una versión anterior de este escrito y sus valiosos consejos para mejorarlo. Los errores y fallas que la versión final todavía contiene son enteramente responsabilidad mía.

## REFERENCIAS

- BAKER, Gordon y HACKER, P.M.S. (1984). *Frege: Logical Excavations*. Oxford: Oxford University Press.
- BENACERRAF, Paul (1981). «Frege: The Last Logician». *Midwest Studies in Philosophy*, 6 (1): pp. 17–36.
- BRANDOM, Robert B. (1983). «Asserting». *Noûs* 17, no. 4: pp. 637–650
- BRANDOM, Robert B. (1994). *Making it Explicit. Reasoning, Representing & Discursive Commitment*. Cambridge, MA / Londres: Harvard University Press.
- BRANDOM, Robert B. (2000). *Articulating Reasons. An Introduction to Inferentialism*. Cambridge, MA / Londres: Harvard University Press.
- BRANDOM, Robert B. (2009). *Reason in Philosophy. Animating Ideas*. Cambridge, MA / Londres: The Belknap Press of Harvard University Press.
- BURGE, Tyler (1998). «Frege on Knowing the Foundation». *Mind* 107: pp. 305–47.
- CAMARA, Massimiliano y SACCHI, Elisabetta (2006). «Propositions. An Introduction». En *Propositions: Semantic and Ontological Issues (Grazer Philosophische Studien 72)*: pp. 1–28
- CARROLL, Lewis (1895). «What the Tortoise said to Achilles». *Mind* 4: pp. 278–80.
- DUMMETT, Michael (1973). *Frege: Philosophy of Language*. Londres: Harper & Row.
- DUMMETT, Michael (1981). *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- FRÁPOLLI, María José (2017). «Reivindicando el proyecto de Frege. La prioridad de las proposiciones y el carácter expresivo de la lógica». *Disputatio. Philosophical Research Bulletin* 7: pp. 1–42
- FREGE, Gottlob (1879/1998). *Begriffsschrift und andere Aufsätze*. Edición de Ignacio Angelelli. Hildesheim: Olms.
- FREGE, Gottlob (1879/1972). *Conceptografía. Los fundamentos de la aritmética. Otros estudios filosóficos*. Traducción de Hugo Padilla. México: UNAM, IIF.
- FREGE, Gottlob (1884/1988). *Die Grundlagen der Arithmetik*. Hamburg: Meiner.
- FREGE, Gottlob (1884/1972). *Fundamentos de la Aritmética*. Traducción de Ulises Moulines. Barcelona: Laia.
- FREGE, Gottlob (1892). «Über Sinn und Bedeutung». En *Gottlob Frege. Funktion,*

- Begriff, Bedeutung. Fünf logische Studien*, editado por G. Patzig. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- FREGE, Gottlob (1903). «Über die Grundlagen der Geometrie». *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 12: pp. 319–324.
- FREGE, Gottlob (1906). «Über die Grundlagen der Geometrie». *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 15 (6): pp. 293–309; (7): pp. 377–403; (8/9): pp. 423–430.
- FREGE, Gottlob (1914/2015). *Escritos sobre la lógica y la filosofía del lenguaje (Schriften zur Logik und Sprachphilosophie) De la obra póstuma*. Edición de Gottfried Gabriel. Traducción de Kurt Wischin. (Inédito)
- FREGE, Gottlob (1983). *Nachgelassene Schriften*. Unter Mitwirkung von Gottfried Gabriel und Walburga Rödding bearbeitet, eingeleitet und mit Anmerkungen versehen von Hans Hermes, Friedrich Kambartel und Friedrich Kaulbach (= Gottlob Frege. Nachgelassene Schriften und wissenschaftlicher Briefwechsel, Bd. 1), zweite, erweiterte Auflage. Hamburg: Meiner.
- FREGE, Gottlob (1998). *Ensayos de semántica y filosofía de la lógica*. Edición, introducción, traducción y notas de Luis M. Valdés Villanueva. Madrid: Tecnos.
- HEIJENOORT, Jan van (1967). *From Frege to Gödel; A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- JESHION, Robin (2001). «Frege's Notions of Self-Evidence». *Mind, New Series* 110, no. 440: pp. 937–976.
- JESHION, Robin (2004). «Frege: Evidence for Self-Evidence». *Mind, New Series* 113, no. 449: pp. 131–138.
- KITCHER, Philip (1979). «Frege's Epistemology». *Philosophical Review* 88: pp. 235–62.
- KITCHER, Philip (1986). «Frege, Dedekind, and the Philosophy of Mathematics» En *Frege Synthesized*, editado por L. Haaparanta y J. Hintikka. Dordrecht: Reidel.
- KÜNNE, Wolfgang (2009). «Wittgenstein y Frege's Logical Investigations». En *Wittgenstein and Analytic Philosophy. Essays for P. M. S. Hacker*, editado por Hans-Johann Glock y John Hyman. Oxford: Oxford University Press, 26–62.
- MONK, Ray (2017). «Gottlob Frege: The machine in the ghost». *Prospect*. Consultado el 12 de septiembre de 2017. Disponible en

<https://www.prospectmagazine.co.uk/>.

- PROOPS, Ian (2002). «The *Tractatus* on Inference and Entailment». En *From Frege to Wittgenstein, Perspectives on Early Analytic Philosophy*. Editado por Erich H. Reck. Oxford: Oxford University Press, pp. 283–307.
- RECK, Erich H. (ed.) (2002). *From Frege to Wittgenstein, Perspectives on Early Analytic Philosophy*. Oxford: Oxford University Press.
- RICKETTS, Thomas (1985). «Frege, The *Tractatus*, and the Logocentric Predicament» *Noûs* 19:3–15.
- RICKETTS, Thomas (1996). «Pictures, logic, and the limits of sense in Wittgenstein's *Tractatus*». En *The Cambridge Companion to Wittgenstein*, editado por Hans Sluga y David G. Stern. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 59–99.
- SLUGA, Hans (1980). *Gottlob Frege. The Arguments of the Philosophers*. Londres / Nueva York: Routledge.
- WEINER, Joan (1984). «The Philosopher Behind the Last Logician». En *Frege: Tradition and Influence*, editado por C. Wright. Oxford: Blackwell.
- WITTGENSTEIN, Ludwig (1921/1989). *Tractatus logico-philosophicus — Logisch-philosophische Abhandlung, Kritische Edition*. Edición de Brian McGuinness y Joachim Schulte. Frankfurt am Main: Suhrkamp, 2a. ed. 2001, 1a ed. 1989.
- WITTGENSTEIN, Ludwig (1921/1973). *Tractatus logico-philosophicus*. Traducción de Jacob Muñoz e Isidoro Reguera. Madrid: Alianza, 1999, 1a ed. 1973.
- WITTGENSTEIN, Ludwig (1921/2016). *Tratado lógico-filosófico — Logisch-philosophische Abhandlung. Edición crítica de TS 204, de la Biblioteca Nacional de Austria*. Introducción y traducción de Jesús Padilla Gálvez. Valencia: Tirant lo Blanch, 2016.



---

**KURT WISCHIN**, es actualmente Doctorando en Filosofía (CPhil) en la Escuela Internacional de Posgrado de la Universidad de Granada. Tuvo su primer contacto formativo con la filosofía académica en la Universidad de Viena en los años 1970, y obtuvo los títulos de Licenciado en Filosofía (BA) en la Universidad Autónoma de Querétaro y un Máster en Filosofía (MPhil) en la Universidad Nacional Autónoma de México. Su trabajo filosófico toma por punto de partida la filosofía de Wittgenstein, en especial la de las *Investigaciones Filosóficas*, y se centra actualmente en la investigación de los orígenes históricos de la Filosofía de la Lógica y del Lenguaje, con particular énfasis en la evolución de la doctrina de Frege y su influencia en la génesis del *Tractatus*, y de manera general de la filosofía analítica. Ha publicado artículos y traducciones en algunas antologías y revistas académicas

de filosofía y ha dictado ponencias y conferencias en varios congresos nacionales e internacionales.

**DIRECCIÓN POSTAL:** Departamento de Filosofía I. Universidad de Granada. Edificio de la Facultad de Psicología, Campus de la Cartuja. 18011 Granada, España. e-mail (✉): kurt.wischin@gmail.com

---

**CÓMO CITAR ESTE TRABAJO:** WISCHIN, Kurt. «La justificación de las inferencias. Frege y el Tractatus 5.132». *Disputatio. Philosophical Research Bulletin* 6, no. 7 (2017): pp. 385–421.