

Breve análisis y traducción de «Sobre la ley de la inercia»¹ de Gottlob Frege²

KURT WISCHIN

FREGE PUBLICÓ EN 1891 Y 1892 una serie de trabajos con la intención de preparar al público, es decir, a los matemáticos y lógicos de su tiempo para la publicación de lo que sería su obra maestra, *Las leyes fundamentales de la aritmética*, con el objetivo de evitarle a ésta la suerte que corrió la *Conceptografía* una docena de años antes: ser ignorada por la comunidad de matemáticos y lógicos por igual y malentendida por los pocos que tomaron nota de ella³. Frege publicó en el mismo período también la presente reseña sobre un

¹ [Nota «*» en alemán en la publicación original]: Con relación a Dr. Ludwig Lange: «Die geschichtliche Entwicklung des Bewegungsbegriffs und ihr voraussichtliches Endergebnis» [«El desarrollo histórico del concepto del movimiento y su previsible resultado final»]. Leipzig, W. Engelmann, 1886

² [Nota del traductor del alemán al castellano]: Traducción del artículo: Frege, Gottlob: «Über das Trägheitsgesetz». Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik. 98 (1891). pp. 145–161. Republicado en Frege, Gottlob. Kleine Schriften. Ed. Ignacio Angelelli (1967, 2a edición 1990). Hildesheim: Georg Olms, pp. 113–124. Este artículo de Frege fue traducido por Howard Jackson y Edwin Levy bajo el título «On the Law of Inertia» publicado en Boston Studies in the Philosophy of Science, Volume XIV. Methodological and Historical Essays in the Natural and Social Sciences, editado por Robert S. Cohen and Marx W. Wartofsky. Dordrecht–Holanda/Boston–EE.UU.: D. Reidel (1974), pp. 257–276, y provisto con extensos comentarios de los traductores en notas al final. La presente traducción se basa en el texto alemán, sin embargo, incluye también la traducción al castellano de la mayoría de los comentarios de los traductores al inglés mediante notas al final insertadas en los lugares pertinentes. La numeración de las notas de pie en esta traducción no coincide con la numeración en la traducción al inglés citada. Se indica la numeración original entre corchetes. Las notas de pie de página en esta traducción son traducciones de notas de pie de Frege. Las notas al final son en su mayor parte de los traductores del alemán al inglés; se indica entre paréntesis si se trata de comentarios del traductor al castellano.

³ Véase, por ejemplo, el prefacio de *Grundgesetze der Arithmetik*, p. XI. Me refiero, desde luego, a los trabajos «Sobre función y concepto», «Sobre Sinn y Bedeutung» [«Sobre sentido y referencia/significado»] y «Concepto y objeto». Con relación a la decepcionante recepción de la *Conceptografía* según la percibió Frege, agradezco a María José Frápolli su información acerca del trabajo de Risto Vilkkko, «The Reception of Frege's Begriffsschrift», *Historia Mathematica* 25 (1998), pp. 412–422

K. Wischin (✉)
Universidad de Granada, España
e-mail: kurt.wischin@gmail.com

Disputatio. Philosophical Research Bulletin
Vol. 9, No. 15, Dec. 2020, pp. 167–198
ISSN: 2254-0601 | [SP] | **ARTÍCULO**

planteamiento del físico alemán Ludwig Lange que pretende reemplazar la noción de tiempo y espacio absolutos de la física newtoniana y proponer una teoría que prescinde de los supuestos teológico–metafísicos de Newton y que está más acorde con la concepción de la ciencia en plena transformación de su época, desarrollo que pronto iba a culminar en las teorías de relatividad einsteinianas. Pero mientras los otros tres escritos han recibido mucha atención y son probablemente los trabajos más discutidos de la obra de Frege, esta reseña del libro de Lange ha pasado casi desapercibida. Me parece que sólo hay una traducción al inglés y ninguna al castellano y, aparte de las notas de pie proporcionadas por los traductores al inglés, no conozco ningún comentario dedicado a este trabajo. Esto, por una parte, es sorprendente, ya que es el único trabajo en el que Frege explicitó el efecto de su doctrina para la construcción del sistema de una ciencia empírica como es la física. Por otra parte, quizá sea justamente por esto, al considerar el texto muy poco típico para los temas tratado por Frege y por lo tanto no demasiado importante para la interpretación de las intenciones más generales de su autor. Y, además, es posible que pareciera un trabajo poco relevante para quienes estudian la historia de la ciencia o de la filosofía de la ciencia, sobre todo a la luz del empirismo que ha dominado al menos la filosofía anglosajona una vez que expulsaron el espíritu de Hegel de Cambridge y Oxford en las primeras décadas del siglo XX.

Sea esto como fuere, a mí me parece que reflexionar un poco más sobre este trabajo nos va a permitir entender mejor algunas expresiones clave en el planteamiento de Frege que frecuentemente han parecido difíciles o misteriosas, sobre todo para intérpretes que quieren ver en las teorías de Frege un primer y poco exitoso intento de formular una teoría semántica, sin la cual le faltaría el alma a la filosofía analítica, tal como muchos de los filósofos analíticos comprenden su propio movimiento. Michael Dummett viene a la mente en este contexto⁴. Pienso en nociones como concepto, sentido, significado (o referencia), pensamiento, objeto, nombre, etc. Espero que podamos ver más claramente a partir de lo que Frege comenta acerca del planteamiento de Ludwig Lange que, en su visión general, estas expresiones son elementos de la construcción de un sistema de la ciencia y que sería un malentendido verlas como parte de una teoría semántica del lenguaje natural y que sería un malentendido verlas como parte de una teoría semántica del lenguaje natural. Que Frege haya

que argumenta que, en cuanto a reseñas, en realidad no le fue tan mal a Frege cómo generalmente se piensa. Cf. al respecto, también, por ejemplo, Kreiser, Lothar (2001). *Gottlob Frege. Leben – Werk – Zeit*. Hamburgo: Meiner. En particular, pp. 135–170.

⁴ De manera muy explícita, por ejemplo, en su libro *Origins of Analytical Philosophy*. London: Bloomsbury (1993). No encontré ninguna traducción al castellano de esta obra.

entendido la lógica como fundamento del lenguaje natural y tratado de entender su funcionamiento a partir de las leyes de la lógica me parece un error serio, pero casi omnipresente en la literatura secundaria.

Presento la traducción al castellano de este relativamente breve escrito de Frege con la intención de complementar la literatura disponible para el mundo hispano y dar acceso a aspectos del pensamiento de Frege que no se encuentran en ninguna otra de sus obras en forma tan explícita. La traducción del alemán al castellano del artículo de Frege que sigue a continuación de este comentario va acompañada de la traducción al castellano de las notas explicativas que los traductores del alemán al inglés agregaron a su versión del texto. Estas notas explicativas se concentran principalmente en aspectos del texto que son interesantes para la filosofía de la ciencia y me parece que ayudan a entender las intenciones de Frege desde un punto de vista enfocado en las ciencias empíricas. El interés principal del presente comentario, sin embargo, es la aclaración de las exigencias lógicas, en la visión de Frege, a cualquier sistema de la ciencia, sea puramente analítico o dependa de la intuición, ya que el escrito que hemos traído al castellano ofrece una ventana única para estudiar el pensamiento de Frege con esta sinopsis en mente. Espero que la traducción y este comentario ayuden también a corregir en algo la comprensión distorsionada todavía dominante de la obra de Frege, también en el mundo hispanoparlante.

Frege empieza su reseña señalando comprensión por la sorpresa que ha de causar el intento de cuestionar una ley tan firmemente establecida como la de la inercia. Pero no deja duda de que la aparente firmeza se debe más a una falta de voluntad de tener claridad de conceptos que a la solidez de los fundamentos en que descansa esta ley; de manera muy similar a la que ha cuestionado durante toda su vida intelectual la solidez de la fundamentación de una aritmética que es incapaz de aclarar la naturaleza de su objeto de estudio: la de los números naturales.

Frege aplaude, entonces, el planteamiento de Ludwig Lange que pone al descubierto el carácter quimérico de la supuesta solidez de la ley de la inercia. Lange se propone también proveer de un fundamento para esta ley que prescinde de supuestos metafísicos —como los de Newton— para los cuales la ciencia empírica no encuentra bases. Este aspecto del libro de Lange, Frege lo ve más problemático.

Según Frege lo describe, Lange propone prescindir de la distinción entre movimiento real y movimiento aparente, que es la manera en que los físicos de su tiempo trataron de esquivar la pregunta de si hay o no hay un espacio y un tiempo absolutos de los cuales la distinción entre reposos y movimiento absolutos

deponderían. Lange introduce para esto lo que él llama un sistema inercial. Se toman cualesquiera tres puntos materiales o partículas que se mueven libremente sin recibir ninguna influencia y se define que su movimiento se inició al mismo tiempo en un punto cero, que el trayecto entre su actual posición y este punto cero es una línea recta y que se movieron de manera uniforme para llegar a su actual posición, con lo que se establece un espacio y la noción de tiempo relativo a estos tres puntos materiales. Frege dice:

que en semejante sistema las trayectorias de aquellos puntos sean rectilíneas no es ningún enunciado de la experiencia, sino se sigue de la definición del sistema inercial; pero que algún cuarto punto material, dejado a sí mismo, también se mueva en aquel sistema inercial de manera rectilínea ya no se sigue de la definición y de todos modos lo hace, y si lo hace todo punto material dejado a sí mismo, entonces, esto es una ley natural.

No es poco el mérito de Lange, dice Frege, ya que hace explícita una relación entre la ley de la inercia y supuestos sobre espacio y tiempo que estaba oculta en expresiones como «movimiento real» y «movimiento aparente». Frege observa, sin embargo, que, en el fondo, el sistema inercial que propone Lange tiene el mismo problema de circularidad que éste encuentra en Newton: ni el espacio inercial ni el movimiento de la partícula dejada a sí misma se pueden definir sin la definición previa del otro. Y, por otra parte, sería una exageración afirmar que Lange haya liberado la ciencia de supuestos metafísicos con su planteamiento del espacio inercial como él pensó. Es que, estos supuestos, en realidad y a pesar de lo que creía, por ejemplo, el propio Newton, nunca jugaron ningún papel real en cómo esta ley se usó en la formulación de las leyes dinámicas en su conjunto.

Uno de los problemas con la ley de la inercia en la formulación de Newton es que su autor trató de demostrar todo postulado directamente de la experiencia o de primeros principios⁵. Lange introdujo una serie de condiciones por lo que pudo prescindir del supuesto de un sistema de coordenadas privilegiado y de las nociones de reposo y movimiento relativas a éste. Pero la ampliación es insuficiente, su hipótesis sigue estando aislada del conjunto de conocimientos al que pertenece. «Sólo el todo de las leyes fundamentales dinámicas se puede comparar como hipótesis con la experiencia y ser confirmada por ésta» dice Frege.

Esta exigencia de Frege, los traductores al inglés la resumen bajo la

⁵ Este es un problema general de esa época hasta el giro copernicano de Kant. Cf., por ejemplo: Tiles, Mary (2004). «Kant: From General to Transcendental Logic». En: Dov M. Gabbay, John Woods, editores: *The Rise of Modern Logic: from Leibniz to Frege: Volume 3*. Elsevier Science. Kindle Edition. pp. 85–130.

designación «verificación colectiva». Esto me parece una designación poco afortunada porque sugiere que Frege arguye desde una postura esencialmente empirista. Pero el sistema de ciencia que Frege tenía en mente debía mucho más a Kant que a Mill; no se puede enfatizar lo suficiente esta diferencia que se manifiesta también en el contraste muy real entre el holismo de Frege, por una parte, y el atomismo lógico de Russell y el joven Wittgenstein, por otra parte, el cual, sin embargo, ninguno de los tres parece haber identificado como origen de muchas de sus diferencias, la intensa discusión entre ellos, no obstante.

Para ilustrar cómo, en su visión, un planteamiento como el de Lange se relaciona con nuestras expectativas y supuestos sobre las leyes naturales, Frege propone un sistema inercial similar al de Lange, con la diferencia de que la unidad de distancia es ahora proporcional al tiempo según se define en el sistema de Lange. El resultado es que, si usamos este sistema alternativo para formular la ley de Newton, la nueva fórmula incluye una variable para el tiempo. «La medición de espacio y tiempo familiar a nosotros se distingue entonces porque tiene una expresión que, con relación a la ley de Newton, no contiene el tiempo. Esto es lo que exigimos de una ley natural», dice Frege. Para repetir, el punto de Frege aquí es que las hipótesis o supuestos de Newton y Lange se asientan en un todo de hipótesis y supuestos y tienen que probar su utilidad en este contexto general. Si tratamos de probar nuestras hipótesis de manera aislada contra la experiencia nos encontramos con elementos que *no* dependen de la experiencia y, por tanto, no pueden ser demostrados de esta manera, viciando todo el proceso.

Pero entonces nos podemos preguntar: si todo es así como Frege dice y los supuestos metafísicos de Newton no tienen importancia, ni tampoco es cierto que Lange liberó la ciencia de aspectos transcendentales en las leyes dinámicas ¿la distinción entre reposo y movimiento es real?

Frege nos recuerda que no tenemos manera de saber si nuestra medida de longitud, por ejemplo, es «realmente» estable en el tiempo. No lo notaríamos si el espacio en general encogiera en todas las direcciones uniformemente un poco cada segundo. Pero nosotros partimos de la estabilidad del metro para prácticamente todo lo que hacemos⁶. Si decimos que la estabilidad del metro es real, entonces, dice Frege, podemos llamar real también la distinción entre movimiento y reposo. Pero él prefiere reservar para esta distinción la designación «objetiva».

⁶ Es interesante comparar estas reflexiones de Frege con las de Wittgenstein en *Investigaciones Filosóficas* § 50 y, por ejemplo, las objeciones que formula Kripke en *Naming and Necessity*, p. 54.

Después de hacer las observaciones acerca del sistema inercial planteado por Lange que he tratado de resumir hasta aquí, Frege hace otra crítica del libro de éste o, más bien, del lenguaje científico de sus tiempos en general. Desde mi punto de vista, ésta es la parte más interesante del artículo y, curiosamente, los traductores al inglés del artículo tienen muy poco que decir en sus notas sobre este pasaje. El problema consiste, según Frege, principalmente en la falta de claridad entre, precisamente, el aspecto *objetivo* de la ciencia que se expresa, por ejemplo, en las leyes naturales universales y los procesos mentales con que tratamos de captar este aspecto objetivo. En este sentido, Frege critica la confusión ubicua entre términos como «concepto» y «representación»; sobre todo, cuando lo que se quiere entender por «concepto» sería el producto de un proceso mental subjetivo y fluctuante. El pasaje en cuestión es uno más de tantos ataques que Frege montó para purgar la ciencia del psicologismo que estaba de moda en sus tiempos, una lucha en que es solidario con los neokantianos y que comparte también con Russell, aunque el asunto resultará en 1902 y 1903 en una disputa por correspondencia que finalmente resuelve muy pocas de las discrepancias entre sus respectivos planteamientos, seguramente al menos en parte atribuibles al atomismo lógico y el antikantismo de Russell que contrastan con el holismo y la influencia kantiana que encontramos en Frege⁷.

Lo particularmente interesante de las elucidaciones del presente artículo en el marco de la discusión sobre la ley de la inercia, sin embargo, es que explicitan de manera quizá más transparente que en otras ocasiones⁸ el papel epistemológico que Frege asigna a su noción de concepto y que da pie, por una parte, a diferenciar su posición del platonismo del que con alguna frecuencia se le acusa y, por otra parte, tomar en cuenta el uso que él hace de nociones como pensamiento, concepto y objeto, su respectiva expresión lingüística y el papel que términos como sentido y significado juegan para relacionarlos, sin convertirlo en referencialista y semántico ingenuo.

El papel de concepto para el conocimiento humano, Frege lo describe en este artículo así:

⁷ La más famosa de estas cartas, desde luego, es aquella del 16 de junio de 1902 en que Russell informó a Frege acerca de la paradoja que luego recibió su nombre. Como se sabe, Frege aceptó el argumento de Russell, pero María José Frápolli, en un libro por publicar con el título *Frege Pragmatized. Bringing Sense Back Into Logical Theory* muestra que hay manera en que hubiera sido consecuente para Frege rechazar el punto de vista de Russell.

⁸ El trabajo más explícito al respecto, probablemente sea «Logik in der Mathematik» de 1914, publicada en el volumen de obra póstuma, aunque discute la aplicación de los principios fregeanos principalmente enfocada a la aritmética y no a las ciencias empíricas. Mi traducción al castellano de este trabajo está prevista para la publicación en *Disputatio* en el curso de 2021.

Tiene que ser decisivo para la formación de un lenguaje artificial en cada ciencia el punto de vista de que la legalidad se pueda expresar de la manera más simple y al mismo tiempo totalmente precisa. Y tengo que lamentar, desde este punto de vista, que la palabra «concepto» se usa ahora frecuentemente en formulaciones que no son compatibles con ese sentido lógico. Para el concepto lógico no existe ningún desarrollo, ninguna historia, al menos no en el sentido en que se suele hablar de él. No puedo concordar con el autor en que haya un gran requerimiento de poder hablar de la historia del desarrollo de un concepto; ... queremos afirmar algo con nuestra oración que ha valido objetivamente siempre y valdrá siempre, totalmente independiente de nuestro estado de vigilia o sueño, vida o muerte, sin importar si había seres o si los habrá que reconozcan esta verdad o no

puesto que se trata de una ley natural de la cual exigimos, justamente, que sea independiente del tiempo y lugar en que el fenómeno observado ocurre. El concepto es el molde con que damos forma al mundo fluctuante y el origen de la certeza en la ciencia. Si el concepto no es estable ¿dónde encontramos una roca con la que construir el sistema de la ciencia?

Esto podría sonar, de hecho, a platonismo⁹. Pero es sólo un lado de la medalla. Los conceptos de Frege no son como las ideas platónicas, sino que tienen su origen en nuestros juicios y su análisis. La estabilidad de los conceptos tiene su origen en la nitidez de sus límites y en la relación que existe entre los conceptos a través de los objetos que claramente caen o no caen bajo ellos. Si logramos saber de un grupo de conceptos de una vez por todas cuáles objetos caen bajo cada uno de ellos y cuáles no, entonces lo hemos captado en toda su nitidez y estos conceptos pueden formar elementos constructivos firmes en nuestro sistema de ciencia. La ciencia *consiste* en aclarar las relaciones entre conceptos vía la correlación de los objetos que caen bajo ellos¹⁰.

⁹ En «El pensamiento» de 1919, de hecho, Frege habla de un «tercer dominio» que debe ser reconocido. Pero sería exagerado atribuir un sentido ontológico a esta expresión. Lo que Frege quiere decir es que, además de los discursos acerca de los objetos que percibimos y de nuestras percepciones de ellos hay que dar cuenta también de objetos que no son ni una cosa ni otra, como, en particular, los números naturales. En otro contexto Frege evita explícitamente designar, muy en particular los números naturales, como objetos *reales*.

¹⁰ En otras palabras, la ciencia consiste en aclarar qué propiedades son predicables verdaderamente de cuáles cosas. El progreso de la ciencia consiste en hacer nítidos los límites de los conceptos. Conceptos que no se pueden hacer nítidos, no son conceptos (en el sentido científico, en un estado ideal de la ciencia). ¿Qué habría dicho Frege de Thomas Kuhn? Supongo que estaría de acuerdo con él en esto: después de cada revolución científica habría que reconstruir el sistema de la ciencia a partir de cero. Frege abogaba por introducir nuevos signos cuando su definición ya no concordaba con su significado original. Por ejemplo, cuando el signo "+" sólo podía servir para sumar números naturales, con la introducción de los números negativos este signo, estrictamente, ya no sirve. Lo dejamos, dice, por comodidad; pero estrictamente esta actitud viola la regla de que en la ciencia cada signo debe tener un solo significado que no cambia para nada. ¡Las ideas son atemporales y así deben ser los signos para expresarlas o designarlas,

En el presente caso, Frege describe cómo sucedió que Lange encontró un nuevo par de conceptos y cómo sucedió que desapareció otro par de conceptos sólo aparentes. Después de rechazar la noción de Lange de que son las contradicciones internas de los conceptos las que permiten su desarrollo, Frege dice:

En el caso presente [...] [s]e buscó un límite y, a causa de las contradicciones que surgieron, se tomó conciencia de que la delimitación supuesta todavía era poco segura, borrosa o, en todo caso, no la buscada. Efectivamente eran contradicciones las que hicieron avanzar al espíritu en búsqueda, pero no contradicciones en el concepto; [...] [l]o que impulsa el avance es la percepción de la delimitación borrosa. Es así como hemos concentrado todos nuestros esfuerzos también en nuestro caso a encontrar una línea limítrofe nítida. Ahora bien, se puede decir que no resultaron exitosos, porque una línea limítrofe, donde se había buscado, ni siquiera existe. Pero en su lugar se encontró otra línea limítrofe: no entre movido y no movido, sino entre inercial quieto y no inercial quieto; y el autor se ganó la fama de haber visto por primera vez claramente esta línea limítrofe¹¹.

¿Por qué «movido» (o «no movido») no es el nombre de un concepto en el sentido científico para Frege a pesar de la apariencia en contra? Porque estos nombres no son características de conceptos que permitirían determinar claramente cuáles objetos (partículas, en este caso) caen bajo tal concepto (aparente), como demostró la investigación de Lange. Él encontró en su lugar un par de conceptos que permite determinar para todo objeto si cae bajo uno u otro o ninguno de los conceptos encontrados. Frege aplaude esto.

Ahora podemos ver, quizá, en qué sentido la lectura de la reseña de Frege que sigue en las siguientes páginas nos puede hacer cambiar de idea acerca de algunas nociones clave en la construcción de teoría de Frege. Él da, lo que parece una definición de concepto, en su conferencia «Sobre función y concepto» así: «Incluso podrá decirse verdaderamente: un concepto es una función cuyo valor

so pena de que haya ambigüedades! Agradezco a Jorge Roaro la sugerencia de aclarar este aspecto del uso de conceptos científicos en la filosofía de Frege.

¹¹ Es interesante ver el punto de vista de Frege a la luz de los comentarios que Brandom hace acerca de la noción de una visión histórica de los conceptos en su libro *A Spirit of Trust. A Reading of Hegel's Phenomenology*. Cambridge, Mass, London, RU, Belknap/HUP, 2019. pp. 6–7. Después de contrastar la noción hegeliana de los conceptos que no requieren límites nítidos de la manera en que lo ven Kant y Frege, continúa diciendo que, en retrospectiva, el proceso de la determinación de normas con un contenido conceptual «es uno de descubrimiento. Es gradual, *un darse cuenta* poco a poco de lo que el contenido ha sido desde siempre: cuál es la norma que rigió y rige implícitamente las aplicaciones del concepto en el juicio». Pero, viendo hacia el futuro, continúa, este mismo proceso de determinación es uno de invención. Agradezco a María José Frápolli haber llamado mi atención sobre este punto.

es siempre un valor veritativo». Un poco más adelante dice: «Las oraciones afirmativas en general pueden concebirse, lo mismo que las ecuaciones o las expresiones de análisis, descompuestas en dos partes, una de las cuales está completa en sí misma, mientras que la otra precisa de complemento, es no saturada»¹². Definiciones aproximadas similares se encuentran también en «Sobre *Sinn* y *Bedeutung*» y «Concepto y Objeto». Frege se extiende largamente en comentarios dispersos en toda su obra sobre la relación entre pensamiento, concepto y objeto y su expresión lingüística, pero dice muy poco en ellas sobre el *uso* que hace de estas nociones en su planteamiento de la fundamentación de la aritmética y, en general, de la construcción de un sistema de ciencia.

Frege dedicó gran parte de su vida a tratar de hacer surgir el concepto de número natural de entre la bruma de la confusión y un gran papel en esta tarea les asigna a las expresiones de identidad, tal como primero sugirió en *Fundamentos de la aritmética* y concretó después en *Leyes fundamentales de la aritmética*. No es de extrañar, entonces, que empiece su artículo más famoso con reflexiones sobre las dificultades que presentan las expresiones de identidad que son la manera en que se formula lingüísticamente el reconocer una cosa como esta misma cosa cuando se presenta de otra manera y que le sirve, como sabemos, para explicar cómo lo hacemos para hablar de cosas que no podemos ni ver, ni tocar, ni escuchar, ni oler, ni gustar como son los números naturales. Para Frege, la expresión de identidad es fundamental para crear conceptos nítidos porque es así como establecemos relaciones entre conceptos vía la determinación de cuáles objetos caen bajo ellos y cuáles no. Así es como se fundamenta la ciencia. Empieza, entonces, su artículo sobre *Sinn* y *Bedeutung* con esto por la importancia que esta cuestión tiene en su sistema, no porque él antes hubiera estado confundido o indeciso sobre la distinción entre signo y significado y apenas estuviera descubriendo esta diferencia gracias a su (quizá mal concebida) distinción entre sentido y referente, según algunos estudiosos de su obra han sugerido¹³. Mi punto aquí es que Frege empezó éste su trabajo probablemente más discutido con reflexiones acerca de expresiones de identidad porque tienen

¹² Estas citas son tomadas de Frege, Gottlob (1891/2016), «Función y concepto» tr. de Carlos Ulises Moulines. En: el mismo. *Escritos sobre lógica, semántica y filosofía de las matemáticas*. Ciudad de México: UNAM. p. 236 y 238

¹³ La solución que Frege da en el § 8 de la *Conceptografía* es perfectamente equivalente a la que da en «Sobre sentido y significado», sólo que todavía no había reservado la designación «sentido» para el hecho que el mismo contenido conceptual puede estar dado por diferentes expresiones simbólicas. Llevaría demasiado lejos en el presente contexto discutir este punto en forma más detallada. Lo haré en un artículo actualmente en preparación que retoma el tema de la jerarquía de sentidos indirectos que ha sido un tópico de mucha discusión al menos desde Carnap.

un papel central para su fundamentación de la teoría de número, no para revolucionar la semántica a partir de una distinción recién descubierta por él. Ciertamente, tenía que hacer plausible que este papel no está en conflicto con el funcionamiento normal del lenguaje, y gran parte, sobre todo, de «Sobre sentido y significado» está dedicado a esta tarea.

Lo que quiero decir es que las explicaciones que Frege da sobre la relación entre lenguaje y lógica sirven para un objetivo explícito, ciertamente, involucrando la filosofía de la lógica y de la matemática. En los otros tres escritos famosos e importantes de 1891/1892 Frege tiene la intención de explicar, justificar y ejemplificar los usos específicos que él hace de términos como concepto, función, objeto, pensamiento, sentido, significado, nombre particular, nombre conceptual, etc. El uso, luego, se da en *Leyes fundamentales de la aritmética*. Nadie ha sugerido, me parece, que esta obra sea un libro sobre semántica.

En cierto modo, la reseña del libro de Lange es más clara sobre el objetivo práctico de las consideraciones de Frege que las otras tres piezas de ese período. Me parece que por ello nos permite entender también mejor el lugar que las otras tres piezas tienen en la obra de Frege, que, si los vemos aisladamente o les asignamos un papel desde posiciones que, por ejemplo, la filosofía analítica ha desarrollado mucho después¹⁴.

¹⁴ Agradezco a María José Frápolli, José Luis Rolleri y Jorge Roaro haber leído un borrador previo de esta introducción y de la versión en castellano del artículo de Frege, su paciencia para corregir mis errores y hacer sugerencias valiosas para mejorar el trabajo. Los errores que todavía hay son responsabilidad mía.

Sobre la ley de la inercia

GOTTLOB FREGE

Traducción del alemán de
Kurt Wischin

Sin duda muchos se extrañarán de que una ley, reconocida desde hace mucho sin dejar lugar a duda, como es la ley de la inercia, se someta una vez más a un examen exhaustivo y se busque una nueva formulación para ella. «Sin acción externa, un cuerpo en reposo permanece en reposo y el cuerpo en movimiento conserva su velocidad en cuanto a magnitud y dirección», esto probó su utilidad en incontables casos; y lo que significa «un cuerpo se mueve» o «está en reposo» parece estar tan claro que nada queda por explicar. El escrito que se menciona abajo [en la nota al final; nota del traductor] y que merece la pena ser leído es capaz minar esta falsa seguridad e incitar a reflexionar más. Se sabe, y el autor lo demuestra en detalle, que ya los viejos filósofos tenían dificultades para responder a la pregunta de si un cuerpo dado está en movimiento. Le recuerdo al lector sólo el barco anclado en la corriente y el hombre caminando hacia atrás en el barco de vela en movimiento cuya distancia de los objetos en la ribera no cambian. Sucede fácilmente en casos como estos que nuestra pregunta se contesta diferentemente, al enfatizar uno esta relación posicional más y el otro aquella: aquí falta un criterio universalmente aceptado. Todas estas disputas se resuelven, desde luego, muy fácilmente al reconocer lo incompleto de una expresión como «a se mueve» y cambiarla por la forma «a se mueve relativo a b». Los enunciados «a se mueve relativo a b» y «a no se mueve relativo a c» ahora ya no forzosamente se contradicen. También nuestros físicos admitirán que nunca se puede experimentar el movimiento de un cuerpo sin más, sino sólo con relación a otro. De esta manera se ha reconocido, entonces, la carencia de la expresión de la ley de la inercia citada arriba; puesto que en ésta se habla de movimiento y reposo en términos absolutos. Lo malo de esto es que esta carencia no se puede corregir agregando la relación a un cuerpo; pues ¿cuál se debería incluir? Dependiendo de la selección de este cuerpo de referencia, un cuerpo dado parecería como en reposo o como en movimiento en una línea recta o curva uniforme o no uniforme. El sentido de la ley de la inercia prohíbe la referencia a un cuerpo cualquiera porque no hay ninguno que merece esta distinción, mientras que un movimiento absoluto, sin embargo, tampoco es reconocible. Esta es la dificultad. ¿Como es posible, entonces, que ésta reciba tan poca

atención en general por los físicos? La expresión incompleta «a se mueve» es tan cómoda y sancionada por el uso lingüístico, que también se aplica con demasiada frecuencia en la física. Su falta de adecuación teórica se olvida también preferiblemente porque ayuda a superar varias dificultades sin hacerlas notar. Cuando no se puede contestar una pregunta, entonces al menos se puede esconder detrás de una nube de habla imprecisa, lo que es particularmente conveniente en nuestro caso: puesto que, si se tratara como pregunta no resuelta, entonces pareciera que todo el fundamento de la física se bamboleara. Será por eso que se tenía cuidado inconscientemente de usar consistentemente la forma completa «a se mueve relativo a b». La ley de la inercia se ha convertido además en conocimiento público indudable en un grado tal que no era realmente tan fácil darse cuenta cuando lo presuponemos tácitamente en su demostración. Hacemos uso fácilmente de leyes del movimiento, de expresiones como «masa» y «fuerza», no obstante, que la ley de la inercia es el fundamento de todas las leyes del movimiento y que sólo ella les confiere un sentido utilizable a estas expresiones. Pero ¿cómo es, entonces, que la física progresa con seguridad a pesar de esta carencia en sus fundamentos? Pues, la astronomía nos enseña un sistema de coordenadas que basta en una primera instancia para fines prácticos. Si enunciamos la ley de la inercia acerca de los movimientos referidos a éste, entonces encontramos que todas las deducciones están en suficiente armonía con la experiencia. Pero, desde luego, nada se gana así para la teoría; puesto que nadie duda de que las estrellas fijas que necesitamos para la determinación de nuestro sistema de coordenadas están en reposo entre sí sólo aparentemente y que esta apariencia es una consecuencia de la imprecisión de nuestras observaciones. A esto se añade que la referencia a determinados cuerpos es contraria a la esencia de una ley natural que exige universalidad¹⁵. Por otra parte,

¹⁵ [2] Éste es el primero de varios criterios relacionados con leyes, convenciones y suposiciones generales. En aras de conveniencia, se produce a continuación una lista de estas características fregeanas:

- (a) Ninguna ley general contiene una referencia a entidades específicas.
- (b) Una ley natural es sintética (p. 3) véase la nota al final 8/[5].
- (c) Las leyes generales son independientes del tiempo (p. 9).
- (d) Se abogará siempre a favor de aquellas convenciones que darán como resultado la formulación más simple de las leyes naturales (p. 3).
- (e) En aquellos casos que involucran estipulaciones o convenciones arbitrarias, algunas de estas convenciones —e. g. las que nos son familiares— «están enlazadas tan estrechamente con la naturaleza que se distinguen por ello especialmente de todas las demás, también lógicas y matemáticamente posibles. Si se desea expresar este enlazamiento estrecho con la regularidad legal del suceso mediante la palabra "real", entonces hay que hacerlo en ambos casos. Quizá la palabra «objetivo» sea, sin embargo, más apropiada» (p. 10).

nadie dudará tampoco que la plenitud con que nuestro sistema de coordenadas satisface las necesidades de la explicación de la naturaleza señala una regularidad de leyes sin la cual esta satisfacción sería inexplicable.

En general, supongo, nos encontramos todavía en el punto de vista newtoniano al referir el movimiento al espacio absoluto y el tiempo absoluto, por poco que la fundamentación teológica en Newton podría ser aceptable para el gusto contemporáneo y a pesar de que un lugar del espacio absoluto no se puede reconocer de ninguna manera, por lo que es imposible indicar cuál es la velocidad de un cuerpo con relación al espacio absoluto y al tiempo absoluto. Esto no cambia en nada si se habla de movimiento verdadero y aparente para evitar las expresiones «espacio absoluto» y «tiempo absoluto». El autor pregunta: «con qué derecho afirma Newton que las trayectorias de cuerpos, dejados a sí mismos, sean rectilíneas con relación al espacio absoluto cuyas partes, sin embargo, no se pueden percibir, según el mismo concede? ... Newton no nos podría refutar en lo más mínimo si oponemos a la suya la afirmación de que las trayectorias absolutas de cuerpos, dejados a sí mismos, están curvadas en forma de espiral». — «¿De dónde sabe Newton que las oscilaciones del péndulo del reloj, medidas según el tiempo absoluto, son isócronas?» Newton evidentemente se mueve en su fundamentación de la ley de la inercia en círculos, igual que muchas veces sucede todavía hoy en día. Para demostrar la existencia de un movimiento verdadero y su diferencia del aparente se recurre a las leyes del movimiento, las cuales incluyen aquella de la inercia, y sólo después se puede postular la ley de la inercia con relación a este movimiento verdadero. Lange ni siquiera estima el espacio absoluto y el tiempo absoluto de Newton como mal necesario y los llama productos superfluos del *Esprit métaphysique*. Esto, sin embargo, me parece rebasar la meta. Se debe esto a la consideración separada de las hipótesis que tienen significado sólo como un todo. Si consideramos la hipótesis del espacio absoluto en sí, entonces tenemos en ella evidentemente algo que rebasa toda experiencia; el movimiento con relación a éste es irreconocible¹⁶, por lo que tampoco se pueden derivar ningunas leyes de la experiencia. El asunto cambia si se conectan las hipótesis del espacio absoluto y del tiempo absoluto con la ley de la inercia para formar una sola. Se relaciona de esta manera el espacio absoluto con los fenómenos perceptibles, y bajo estas condiciones se pueden formular enunciados sobre el movimiento en el espacio absoluto, tal como lo hace Newton, que se pueden comparar con la experiencia. El propio Newton, sin embargo, probablemente no llegó a tener una consciencia clara sobre la

¹⁶ [Nota del traductor del alemán al castellano]: el texto en la edición de Ignacio Angelelli dice en una evidente errata: «unverkennbar» («inconfundible»). Desconozco el origen de la errata.

situación. Las carencias de su descripción se pueden explicar de su aversión a postular algo explícitamente como hipótesis; él quiso derivar cada etapa directamente de la experiencia o de primeros principios cuya verdad era indudable para él, lo que lo empujó a la individualización de aquello que sólo como un todo permite una comparación con la experiencia. La diferencia entre la doctrina de Newton y aquella del autor a mí no me parece ser tan grande como a éste. De ninguna manera dejo de reconocer, sin embargo, que los esfuerzos de éste hicieron progresar la pregunta un buen trecho¹⁷. Lange refiere el

¹⁷ [3] Frege caracteriza en este párrafo tres maneras de ver el espacio, tiempo y movimiento absolutos: (1) la posición newtoniana. De hecho, este punto de vista incluye contribuciones de Newton, Lange y Frege. Aunque sería interesante desenredar estos elementos, no haremos ningún intento de hacerlo. De acuerdo al planteamiento newtoniano, el movimiento absoluto no se puede reconocer por medios empíricos. No obstante, debido a consideraciones teológicas y transcendentales, el espacio absoluto y el tiempo absoluto son admisibles en el marco conceptual de la mecánica.

(2) La posición de Lange, tal como la interpreta Frege: el movimiento absoluto es una noción superflua. Lange ofrece (véase el texto más adelante) un método empírico que, presuntamente, nos permite identificar una clase de sistemas de referencia inercial. Pero, el método renuncia a todos los intentos de separar esta clase en sistemas que se mueven en forma absoluta y aquellas que están absolutamente en reposo. En partes posteriores del artículo Frege critica al método de Lange por distinguir entre sistemas de referencia inerciales (véase las notas al final 8 y 11 y el texto relevante). Frege reclama, sin embargo, que el planteamiento de Lange es una mejoría sobre (1): «De ninguna manera dejo de reconocer, sin embargo, que los esfuerzos de éste hicieron progresar la pregunta un buen trecho».

(3) El punto de visto propio de Frege, el cual llamaremos «verificación colectiva»:

(a) El espacio absoluto y, por tanto, el movimiento absoluto, no se pueden establecer, en sí mismos, por medios empíricos:

Si consideramos la hipótesis del espacio absoluto en sí, entonces tenemos en ella evidentemente algo que rebasa toda experiencia; el movimiento con relación a éste es irreconocible, por lo que tampoco se pueden derivar ningunas leyes de la experiencia.

(b) Se puede formar, sin embargo, una hipótesis colectiva al combinar la ley de la inercia con hipótesis sobre el espacio, tiempo y movimiento absolutos. Esta hipótesis colectiva tiene contenido empírico, es decir, se puede probar por medio experimentales.

(c) El carácter observacional del colectivo confiere contenido empírico a la totalidad y, quizá, a los componentes. «... bajo estas condiciones [hipótesis colectivas] se pueden formular enunciados sobre el movimiento en el espacio absoluto, tal como lo hace Newton, que se pueden comparar con la experiencia».

(d) Newton, sin embargo, no reconoció este método «colectivo» para admitir afirmaciones al cuerpo de la ciencia empírica porque Newton «... quiso derivar cada etapa directamente de la experiencia o de primeros principios cuya verdad era indudable para él, lo que lo empujó a la individualización de aquello que sólo como un todo permite una comparación con la experiencia».

(e) Existe, sin embargo, una diferencia entre las posiciones de Newton (1) y de Lange (2). Frege cree que esta diferencia no está tan grande como aquella entre el punto de vista de Newton (1) y las afirmaciones fregeanas contenidas en (3a) hasta (3d) (véase la nota 11/[8]).

movimiento a «sistemas inerciales»¹⁸. Es que él tiene la idea de tres puntos materiales, dejados a sí mismos, que parten simultáneamente de un punto en el espacio y que no se ubican en una línea recta, y llama semejante sistema de coordenadas un «sistema inercial», con relación al cual las trayectorias de estos puntos son líneas rectas. Siempre se puede indicar un sistema de coordenadas de este tipo; su posición, desde luego, tiene que estar determinado en todo momento con relación a aquellos tres puntos. Ahora bien, que en semejante sistema las trayectorias de aquellos puntos sean rectilíneas no es ningún enunciado de la experiencia, sino esto se sigue de la definición del sistema inercial; pero que algún cuarto punto material, dejado a sí mismo, también se mueva en aquel sistema inercial de manera rectilínea ya no se sigue de la definición y de todos modos lo hace, y si lo hace todo punto material dejado a sí mismo, entonces, esto es una ley natural¹⁹. Para la parte temporal de la ley, Lange

¹⁸ [4] En lo que sigue, Frege presenta el método de Lange para determinar y usar sistemas de referencia inerciales. Más adelante, empezando en la página 4, Frege critica al análisis de Lange. En las discusiones de la teoría de la relatividad hoy en día el método de Hans Reichenbach para establecer sistemas inerciales es él que se adopta generalmente (véase, por ejemplo, los artículos de W. Salmon y A. Grünbaum en *Philosophy of Science* 36 (marzo de 1969)). El método de Reichenbach es esbozado en el § 27 de su *Philosophy of Space and Time* (traducido al inglés por Marie Reichenbach y publicado por Dover en 1957); esta presentación se basa en gran parte en discusiones más detalladas de su *Axiomatization of the Theory of Relativity* (traducido del volumen de 1924 por Marie Reichenbach y publicado por University of California Press, 1969).

¹⁹ [5] Se nos dan tres puntos materiales P1, P2 y P3 dejados a sí mismos [nota del traductor al castellano: el texto alemán dice «sich selbst überlassen», reproducido como «freely moving» en la versión en inglés; puesto que la expresión en alemán evita cuidadosamente hablar de movimiento y reposo, prefiero generalmente una traducción más literal del alemán y no sigo siempre a la versión en inglés] que parten simultáneamente de algún punto 0 y que describen, respectivamente, trayectorias no colineales P1, P2 y P3. Según Frege, Lange define una clase de «sistemas inerciales de referencia», IRS, de manera tal que respecto a cualquiera de ellos estas trayectorias P1, P2 y P3 son líneas rectas. En otras palabras, cualquier sistema de coordenadas es inercial si en este sistema las trayectorias descritas por las partículas P1, P2 y P3 dejados a sí mismos son líneas rectas. Además, se afirma que siempre será posible matemáticamente encontrar algún sistema inercial para cualesquier tres partículas dejadas a sí mismas (no colineales). Habiendo encontrado algún sistema inercial R se introduce una cuarta partícula, P4, dejada a sí misma. Si P4 se mueve o no en una línea recta respecto a R se tiene que decidir de manera experimental. Si P4 y todas las demás partículas dejadas a sí mismas se mueven en líneas rectas respecto al sistema inercial R, entonces Lange habrá encontrado un soporte inductivo para la siguiente ley natural sintética: todas las partículas dejadas a sí mismas se mueven en líneas rectas relativo al sistema inercial.

Este planteamiento involucra al menos dos dificultades mayores. Puesto que estos dos temas forman el pilar del trabajo de Frege, los discutiremos con algún detalle.

(A) La noción de partículas «moviéndose libremente» o «dejadas a sí mismas» se tiene que definir independientemente de y previo a aquella de un «sistema inercial». No se ofrece ninguna definición así.

En la página 4 (véase nota al final 11/[8]) Frege señala que «[L]a pregunta si un punto material "está dejado a sí mismo" ["moviéndose libremente"] rebasa la experiencia de la misma manera como aquella

de si esté absolutamente en reposo». El remedio de Frege a esta dificultad es lo que hemos llamado «verificación colectiva» en la nota al final 6/[3]. Según el esquema de Frege, nosotros formulamos una hipótesis que designa algunas partículas como estando en movimiento libre. Esta hipótesis, tomada en forma aislada, no se puede verificar empíricamente. «Solo el todo de las leyes fundamentales dinámicas se puede comparar como hipótesis con la experiencia y ser confirmada por ésta» (p. 4).

(B) El tipo de marco referencial y de medición son aceptables para la membresía en IRS será extraordinariamente variado.

Algunos efectos de esta variabilidad se pueden ver al considerar un ejemplo.

Caso I

Imagínese un sistema de referencia tridimensional V cuyo origen está fijado en O y cuyos ejes son P_1 , P_2 y P_3 tal como se muestra en la figura 1 (NB: de acuerdo al texto, P_1 , P_2 y P_3 no se deberían ubicar en la misma línea recta. Nosotros creemos que es necesario imponer una condición más estricta: P_1 , P_2 y P_3 no son coplanares). Si asumimos que se puede ignorar las fuerzas diferenciales (una suposición que haremos a lo largo de estas notas) y si suponemos las convenciones estándares de congruencia (e. g. una barra rígida permanece congruente consigo mismo al transportarla), entonces suponga que P_1 , P_2 y P_3 son líneas geodésicas en V . Entonces, V es un miembro de IRS tal como se define según Lange–Frege (y si la geometría de V es euclidiana).

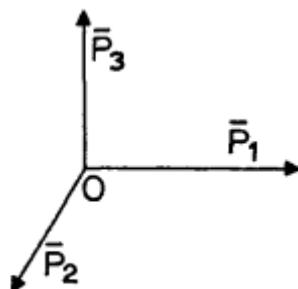


Fig. 1.

En estas circunstancias existen claramente otros sistemas de referencia que también son miembros de IRS y cuya geometría es euclidiana, pero que usan sistemas de medidas no estándares. Por ejemplo, Frege introduce (véase la nota al final 17/[14] y el texto relevante) un sistema de coordenadas inercial, supóngase que lo llamemos V' , en el cual el sistema de medidas de distancia es inversamente proporcional al tiempo. El propósito de ese ejercicio es hacer ver que hay consecuencias inaceptables, según el punto de vista de Frege, al admitir V' en IRS; a saber, leyes generales se vuelven dependientes del tiempo con relación a V' . Es decir, Frege arguye que IRS según definido por Lange es demasiado amplio; él ofrece, entonces, algunas condiciones que excluirían algunos tipos de sistemas de referencia (Véase las notas al final 19/[16] y 20/[17] y las partes relevantes del texto).

En la discusión precedente del caso 1 hemos aludido a algunas condiciones que Frege agrega explícitamente al esquema de Lange con la finalidad de estrechar la clase de sistemas inerciales. Podría ser, sin embargo, que Frege tanto como Lange hicieron otras suposiciones *implícitas* que tienen a estrechar a IRS de una manera diferente. El punto es ese: ¿hace Frege suposiciones implícitas acerca del comportamiento de partículas «dejadas a sí mismas»? La reflexión sobre este asunto se facilita si examinamos un caso en el cual, contrariamente a lo que sucede en el caso 1, las partículas se mueven arbitrariamente.

Caso 2

Imagínese un sistema de referencia tridimensional S cuyo origen está fijado en O y cuyos ejes son P_1 , P_2

introduce, siguiendo a C. Neumann, una «escala de tiempo inercial», a saber, a manera de la medición de tiempo según la cual un punto material, dejado a sí mismo, progresa en un sistema inercial de manera uniforme²⁰. Que todo otro

y P3 tal como se muestra en el esquema de la figura 2 (NB: debería haber una condición que limita el número de partículas que puedan cruzar sus propias y otras trayectorias).

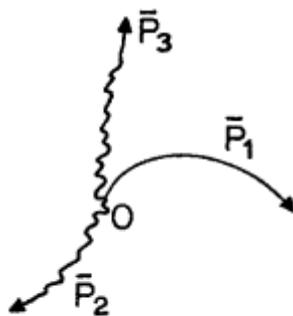


Fig. 2.

Ahora bien, la naturaleza del espacio físico puede ser tal que, si empleamos las convenciones estándares de congruencia, entonces P1, P2 y P3 resultan líneas geodésicas en S. En este caso, sin embargo, la geometría de S será, generalmente, no-euclidiana. Por otra parte, P1, P2 y P3 podrían ser líneas geodésicas en S sólo si adoptamos una definición radicalmente no-estándar de congruencia. También en este caso la geometría de S sería generalmente no-euclidiana. Ahora bien, si S está dado junto con alguna convención de congruencia tal que P1, P2 y P3 sean líneas geodésicas en S ¿hay un sistema de referencia S' tridimensional tal que P1, P2 y P3 son líneas geodésicas respecto a S' y la geometría de S' es euclidiana? Nos parece que en general no será posible encontrar semejante S'. Esto es, si partículas moviéndose libremente se definen independientemente de los sistemas inerciales y se comportan de manera similar a como se ilustra en la Fig. 2, siempre será posible construir un sistema inercial en el sentido de Lange-Frege, pero semejante sistema podría requerir medidas radicalmente no estándares y su geometría bien podría ser no-euclidiana.

Frege dice que «[s]iempre se puede indicar un sistema de coordenadas [inercial] de este tipo». Esto sugiere un alto grado de generalidad, es decir, su enunciado implica que, sin importar cómo se comporten tres partículas no coplanares, dejadas a sí mismas, se puede encontrar un sistema inercial. Como vimos en el caso 2, sin embargo, si estamos libres de atribuir cualquier tipo de comportamiento a estas partículas, entonces podemos inventar algunas trayectorias de tal manera que no haya ningún miembro de IRS que tenga una geometría euclidiana. Puesto que Frege no menciona geometrías no-euclidianas, creemos que el supone implícitamente que la restricción de «dejado a sí mismos» se se refiera a condiciones tales que situaciones como el caso 2 queden eliminadas. Esta suposición implícita no hace que el análisis de Frege sea superfluo, puesto que él podría incorporar explícitamente condiciones tales en su hipótesis acerca de partículas «dejadas a sí mismas», es decir, él podría hipotetizar que tres partículas no coplanares que partes simultáneamente de un punto son dejadas a sí mismas sólo si existe algún sistema de referencia W respecto al cual las trayectorias de las partículas sean líneas rectas y la geometría de W sea euclidiana. En el planteamiento de Lange, W sería inercial (y el esquema sería circular), pero, puesto que Frege introduce condiciones adicionales para la membresía en IRS, W no sería necesariamente inercial en su planteamiento (y se evitaría la circularidad). Desde luego, esta hipótesis se tendría que «verificar colectivamente».

²⁰ [6] Una vez obtenido un sistema de referencia inercial para P1, P2 y P3, el esquema de Lange intenta ahora introducir una escala de tiempo T' —es decir, una «escala de tiempo inercial»— respecto al cual la

punto material, sobre el cual no se ejerza ninguna influencia externa, progrese también de manera uniforme en el sistema inercial, ya no se sigue de la definición, sino es una ley natural. ¿Qué es lo que se gana de esa manera? El autor designa su sistema de referencia como ideal, mientras que el espacio absoluto de Newton es, según él, transcendentamente real. Así podría parecer en las palabras de Newton. Sin embargo, si el espacio absoluto de Newton fuera realmente trascendente, entonces no podría haber brindado los servicios en la explicación de la naturaleza, que, de hecho, brindó durante mucho tiempo. Este espacio está enlazado también con la experiencia por la ley de la inercia; aunque, ciertamente, de manera oculta. No es poco el mérito del autor haber puesto en lugar de este enlace oculto otro, claramente formulado. La suposición newtoniana de un único espacio absoluto contiene más de lo que es necesario para la explicación de los fenómenos. De la pluralidad infinita de sistemas inerciales posibles que se mueven unos con respecto a otros sin rotación, en absoluto ninguno es distinguido de una manera que permitiera considerarlo como estando en reposo en el espacio absoluto más que cualquier otro. Newton, por tanto, no puede distinguir reposo y movimiento uniforme con relación al espacio absoluto, porque en las experiencias no se da ningún indicio para esta distinción. Esta distinción de un único sistema inercial, inútil para la explicación y que rebasa la experiencia, Lange la evitó felizmente y tiene razón, en este sentido, si critica en Newton un aspecto trascendente²¹.

De ninguna manera, sin embargo, doy la cuestión como terminantemente concluida. Se le puede hacer semejante reproche al autor como él lo hace a

velocidad de las partículas sea uniforme. Nuevamente nos encontramos frente a dificultades similares a aquellos que hemos discutido al final de la nota anterior. Puesto que si la velocidad de las partículas fuera totalmente arbitraria respecto a un sistema inercial, no está claro que se puede encontrar una escala de tiempo tal que todas las partículas dejadas a sí mismas se muevan uniformemente respecto a ella. Nuevamente, la restricción de «dejadas a sí mismas» tienen que circunscribir condiciones de maneras especiales.

²¹ [7] Frege establece en este párrafo dos puntos principales: (i) el espacio absoluto newtoniano no es trascendental porque un espacio (absoluto) trascendental «... no pudiera haber brindado los servicios en la explicación de la naturaleza, que, de hecho, brindó durante mucho tiempo». Esta aseveración parece estar en acuerdo con el método de Frege de verificación colectiva (véase la nota al final 6/[3]) que estaba diseñado para admitir el espacio absoluto en la ciencia empírica: mediante la aplicación de la verificación colectiva «[s]e relaciona ... el espacio absoluto con los fenómenos perceptibles».

(ii) Frege aplaude a Lange por haber demostrado que un sistema inercial preferido —y, por tanto, el movimiento absoluto— es «inútil para la explicación y que rebasa la experiencia». Da la apariencia, entonces, que Frege afirma, por una parte, que el espacio absoluto newtoniano tiene contenido empírico y es útil para la explicación y, por otra parte, que Lange dice correctamente que el espacio absoluto newtoniano rebasa la experiencia y es inútil para la explicación. Esta inconsistencia aparente se elimina (o se suaviza) en el siguiente párrafo del texto de Frege y en la nota al final 11/[8].

Newton. Ya que la pregunta de si un punto material «está dejado a sí mismo» rebasa la experiencia de la misma manera que aquella de si está absolutamente en reposo. La pregunta, en el caso de Newton, era: ¿cómo distinguimos el movimiento verdadero del aparente? La pregunta es aquí ¿cómo distinguimos un movimiento influenciado del punto material de uno dejado a sí mismo? En el caso de Newton, la respuesta requería el conocimiento del espacio absoluto, cosa que no tenemos; aquí se requiere el conocimiento de un sistema inercial que nos falta también. Puesto que, para saber si un sistema de coordenadas dado es un sistema inercial ya necesitaríamos haber contestado la pregunta. Igualmente, en el caso de Newton, para saber si un sistema de coordenadas dado pertenece al espacio absoluto, tendríamos que haber contestado ya la pregunta de si el punto inicial de las coordenadas reposa en el espacio absoluto. El origen de esta carencia es en ambos casos el aislamiento de las hipótesis. Solo el todo de las leyes fundamentales dinámicas se puede comparar como hipótesis con la experiencia y ser confirmada por ésta. Mi venerado maestro K. Snell, por ejemplo, solía enunciar la ley de la inercia aproximadamente de esta manera: «un punto material tiene una aceleración sólo como consecuencia de su acción recíproca con otros puntos materiales». Lo que se debería entender por acción recíproca se debería determinar ahora con más precisión a través de los demás principios dinámicos. La ley de la inercia se conecta de esta manera de inmediato con estos²².

²² [8] Frege cree que tanto el planteamiento de Newton como el de Lange contienen hipótesis que, si se toman en aislamiento, no son susceptibles de una prueba experimental. El caso de Newton incluye, por ejemplo, las hipótesis que tratan del espacio absoluto o del movimiento absoluto; de manera similar, el análisis de Lange incluye unas hipótesis sobre «partículas dejadas a sí mismas». Frege cree, sin embargo, que en ambos casos estas hipótesis podrían admitirse en un sistema científico si el esquema total es verificable empíricamente —es decir, si la verificación colectiva es operativa.

Esta es, entonces, la «solución» de la aparente inconsistencia discutida en la nota al final 11/[7]: Frege considera el análisis de Lange como una mejora sobre aquel de Newton, *aunque ambos requieren verificación colectiva*; la superioridad del sistema de Lange reside en que aquellas hipótesis de Lange son preferibles cuyo contenido empírico se debe únicamente a la verificación colectiva. Frege cree que Lange ha «progresado» porque, aunque la hipótesis de puntos materiales dejados a sí mismos en sí no se puede probar empíricamente, es mejor que las suposiciones similarmente no empíricas de Newton acerca del espacio absoluto. Los postulados newtonianos son menos deseables ante los ojos de Frege, porque nada se gana por aislar algunos miembros de IRS como estando en reposo absoluto; en cambio, las hipótesis de Lange de partículas que se mueven con absoluta libertad es un punto de partida para la construcción de un sistema de mecánica.

Debería ser claro, por ahora, porque Frege considera que su punto de vista se aleja más de aquel de Newton que del de Lange. Véase la nota al final 6/[3]. Después de todo, Lange rechaza el planteamiento newtoniano porque supuestamente contiene elementos no empíricos. Frege señala que la tesis de Lange contiene componentes similares a aquellos que le disgustaron a Lange en Newton. Frege, sin embargo,

Las afirmaciones de Lange requieren una complementación aun en cuanto a otro aspecto²³. Sonará extraño al principio: después de reflexionar un poco, sin embargo, se encontrará que es cierto que no tenemos ningún medio para observar si, y en qué grado, cambian, por ejemplo, las longitudes con el curso del tiempo. En cada uno de los juicios que emitimos siempre presuponemos la invariabilidad de una escala. Lo que observamos no es, entonces, el cambio de una longitud en sí, sino sólo el cambio de la proporción respecto a otra longitud²⁴. Si se redujeran todas las distancias al mismo tiempo a la mitad, no tendríamos ninguna manera para detectarlo²⁵; puesto que los ángulos visuales bajo los cuales nos aparecerían los objetos permanecerían iguales y, puesto que nuestro propio cuerpo participaría en el encogimiento, también los paralajes con relación a nuestros ojos y todas las proporciones respecto a las longitudes de nuestras partes del cuerpo. Se podría decir: se tendría que cambiar la acomodación de los ojos; pero nada se puede decir al respecto; se entremezcla con esto un aspecto dinámico, a saber, las fuerzas elásticas del éter. Tenemos que adoptar aquí el punto de vista en el cual nada sabemos todavía de fuerzas. Lo que es fuerza se puede explicar sólo después. Aquí preguntamos ¿qué es lo que se puede observar sin meter ninguna hipótesis acerca del movimiento de la materia? ¿Qué corresponde a la pura experiencia? Y entonces no se puede negar que no tenemos ningún medio para observar la constancia de una distancia, de la misma

no rechaza teorías simplemente porque contienen constituyentes que son no empíricos cuando se consideran en aislamiento.

Hasta aquí llega la evaluación favorable de Lange por parte de Frege. Él también critica principalmente dos aspectos de Lange. Estos tienen que ver con las dificultades discutidos en la nota al final 8/[5]; la primera se trata en el presente párrafo del texto, y el segundo empieza con el siguiente.

(A) El método de Lange para identificar sistemas inerciales requiere una identificación previa de partículas «dejadas a sí mismas». (B) Lange no consideró sistemas de referencia que involucran sistemas de medidas no estándares de espacio y tiempo. Al considerar semejantes sistemas no estándares, Frege demuestra que la clase de sistemas de referencia que valen como inerciales bajo las condiciones de Lange es mucho más amplia de lo que Lange supuso.

²³ [9] Este complemento adicional es la dificultad (B) de la nota al final 11/[8].

²⁴ Es totalmente falso, entonces, que una escala fija sea parte de los fundamentos de la geometría. No le importa en absoluto a la geometría si una longitud cambia con el curso del tiempo o no; inclusive, desde el punto de vista puramente geométrico, esta pregunta ni siquiera tiene sentido. La comparación de longitudes que no son dados en el mismo momento ni siquiera pertenece al dominio de la geometría. El tiempo no es asunto que concierne a esta ciencia, por tanto, tampoco la estabilidad de la cual se puede hablar con relación al tiempo. Ésta pertenece a la física. ¿No deberían pertenecer a los fundamentos de la geometría también el contenido de fósforo del cerebro y la alta temperatura del sol?

²⁵ [10] Para discusiones recientes de esta sugerencia, véase, por ejemplo, G. Schlesinger, «It is False that Overnight Everything Has Doubled in Size» y A. Grünbaum, «Is a Universal Nocturnal Expansion Falsifiable or Physically Vacuous?», ambos publicados en *Philosophical Studies*, 15 (octubre de 1964).

manera que no tenemos ningún medio para reconocer un punto en el espacio después de transcurrir cierto tiempo y de la misma manera que no tenemos ningún medio para decidir si hay un sistema inercial respecto al cual un punto material esté en reposo. Hay que entender bien: no tenemos ningún medio sin introducir ninguna hipótesis. No quiero decir con esto que no exista ninguna diferencia entre el movimiento uniforme y el acelerado de un punto, o entre la constancia y el cambio de una distancia; pero estas diferencias se pueden reconocer sólo después de haber reconocido un conjunto completo de hipótesis. Igual que se nos impone la suposición del reposo del cuerpo terrestre con cierto poder forzoso a causa de la plenitud preponderante de las apariencias en reposo mutuo que ofrece, e igual que —en un punto de vista superior— se considera el cielo de las estrellas fijas como estando en reposo porque las estrellas fijas parecen estar en reposo entre sí, de la misma manera es casi inevitable suponer que una longitud es invariable si pertenece a la totalidad preponderante de longitudes cuyas proporciones no parecen cambiar. La percepción de una estabilidad comparativamente amplia nos lleva en todos estos casos a la aceptación de una estabilidad absoluta, aunque desde el punto de vista puramente geométrico un reposo sin referencia tiene tan poco sentido, propiamente hablando, como una rigidez sin referencia. En un pasaje²⁶ citado por Lange, Leibniz dice: «El movimiento, por tanto, es relativo según su propia naturaleza. Esto vale, sin embargo, sólo con rigor matemático. Mientras que les adscribimos a los cuerpos el movimiento conforme a aquellas hipótesis que explican los fenómenos de la manera más adecuada, y no hay ninguna diferencia entre una hipótesis verdadera y una adecuada». Lange con justa razón objeta aquí contra la expresión «hipótesis» y prefiere «convención». También se podría decir «definición». Las convenciones, propiamente hablando, no son ni verdaderas ni falsas, sino convenientes o inconvenientes. Siempre se preferirá aquella manera de hablar en la cual las leyes de la naturaleza se puedan expresar más simplemente. Así pasa también aquí: no se podrá afirmar que una longitud permanece sin cambio antes de haber dicho cómo se quieren comparar las distancias que no son dadas al mismo tiempo; y dependiendo de esta determinación se dirá de una distancia dada si cambia o no. Pero no todas las determinaciones posibles son adecuadas para una expresión corta de las leyes naturales. Entonces, si se quiere introducir un sistema de coordenadas para la observación del movimiento, entonces se tiene que determinar también la unidad de longitud para cada momento²⁷.

²⁶ *Leibnizens mathem. Schriften* ed. Gerhardt. vol. VI, p. 507

²⁷ [11] Nosotros no tenemos claro cuáles son las distinciones que Frege desea hacer en cuanto a los términos

Como elucidación podría agregarse también la siguiente observación: supóngase un sistema de coordenadas paralelas y una manera de la medición de tiempo y de longitud en el sentido de que tres puntos materiales, dejados a sí mismos²⁸, progresen uniformemente en tres líneas rectas que pasan por el punto de origen y, a saber, de forma como si hubieran estado al mismo tiempo en el punto de origen de las coordenadas. El momento que corresponde a esta unión se podría suponer como el punto cero del tiempo. Sus coordenadas son entonces proporcionales al tiempo, y el triángulo que forman permanecerá semejante consigo²⁹. Ahora referimos todo a un nuevo sistema de coordenadas que se distingue del primero sólo porque la unidad de longitud es proporcional al tiempo, medido mediante la unidad de longitud en el primer sistema³⁰. La vieja y la nueva unidad de longitud pueden coincidir en el momento $t=1$. Si ahora nombramos una coordenada en el viejo sistema x y la correspondiente en el nuevo sistema ξ , entonces

$$\xi = \frac{x}{t}$$

en el momento t . Con relación a este nuevo sistema de coordenadas, los tres puntos ahora están en reposo. Las viejas coordenadas de cualquier punto que se mueve uniformemente en una línea recta con relación al viejo sistema son funciones enteras de primer grado del tiempo, es decir, de la forma

$$x = a + b \cdot t$$

De esto se sigue para las coordenadas en el nuevo sistema la forma

$$\xi = a \cdot \frac{1}{t} + b;$$

«hipótesis» (Hypothese), «convención» (Konvention) y «definición» (Definition). Por una parte, aplaude que Lange rechaza el uso de Leibniz de «hipótesis» a favor de «convención». Frege, por otra parte, usa él mismo «hipótesis» en lugares donde podría parecer que están vulnerables a la misma crítica.

²⁸ [12] Debido a la «verificación colectiva», Frege cree que su uso de «dejadas a sí mismas» aquí no tiene problemas. Es decir, Frege no se considera a sí mismo vulnerable a la misma acusación que él ha levantado contra Lange en la página 4.

²⁹ [13] Claramente, Frege supone también que las partículas se mueven a una velocidad constante respecto al sistema de coordenadas. ¿Se hace esta suposición porque partículas, dejadas a sí mismas, por definición se mueven a una velocidad uniforme (respecto al sistema de coordenadas indicado)?

³⁰ [14] Véase la nota al final 8/[5].

es decir, en el nuevo sistema las coordenadas son funciones enteras de primer grado de $1/t$. En el nuevo sistema el punto ya no se estuviera moviendo uniformemente con la medición de tiempo anterior. Podemos introducir, sin embargo, una medición de tiempo de tal manera que, con relación a ella, los puntos avancen uniformemente. Sólo tenemos que fijar,

$$\frac{1}{t} = \tau$$

donde τ es ahora el número que designa en la nueva medición de tiempo el mismo momento que t en la vieja³¹. Puntos que se mueven uniformemente en forma rectilínea en el sistema viejo, según la medición de tiempo vieja, nuevamente son entonces puntos que se mueven uniformemente en forma rectilínea o en reposo en el nuevo sistema según la nueva medición de tiempo. De acuerdo a la explicación verbal, ambos sistemas son sistemas inerciales, puesto que supusimos que los tres puntos primeramente considerados estén dejados a sí mismos; y de ambos vale que cualquier cuarto punto material, dejado a sí mismo, progresa uniformemente en una línea recta. Desde luego, estas líneas son en general diferentes, y el punto de origen anterior del tiempo se alejó a una distancia temporal infinita, y viceversa: la lejanía temporal infinita anterior se ha convertido en el momento $\tau = 0$. Es decir, lo que se nos figuraba anteriormente, para así decir, como objetivo ideal que jamás se podrá alcanzar, ahora se alcanza realmente alguna vez, pero también se vuelve a abandonar de inmediato. Tenemos ahora la ecuación

$$\xi = x \cdot \tau,$$

de lo que se sigue que ξ puede hacerse infinita sólo si x o si τ se hacen infinitas. Lo último coincidiría con lo que se puede presentar en la determinación del lugar y del tiempo usuales para nosotros, a saber, que un cuerpo se aleja con el curso del tiempo cada vez más lejos más allá de todo límite. Pero que un punto

³¹ [15] Parece haber una asimetría operativamente entre t y τ . Tenemos una definición operativa de t , puesto que $t = 0$ cuando las partículas estaban en el origen y la escala es especificada por la distancia del origen. En cambio, parece que la única manera de asegurar τ es obteniendo primero t . Pero, aún en caso de que hubiera algún problema en este caso, el argumento general de Frege estaría en riesgo sólo si se podría demostrar que todas las sistemas de medidas (temporales) no estándares muestran esta asimetría operativa.

material se pierda en lo infinito en un momento ubicado en lo finito, para inmediatamente volver a presentarse en lo finito, nos parece no tener sentido y, a primera vista podría dar la apariencia de que esto fuera posible con la nueva medición de espacio y tiempo, al hacerse ξ infinita aun con una τ finita, puesto que x haría esto. Supongamos, la anterior manera de medición es la acostumbrada para nosotros; entonces x se podría volver infinita sólo para un t infinito, y de acuerdo a nuestro conocimiento de la naturaleza tendríamos el derecho de suponer que x se vuelve infinita sólo en el mismo grado que t si no permanece finito. De acuerdo a lo anterior, también x/t o ξ seguirían siendo finitas con una x infinita y seguiría siendo válido aún para la nueva medición de espacio y tiempo, que un punto material no puede desaparecer hacia lo infinito para un momento ubicado en lo finito, sino volverse infinito sólo junto con el tiempo mismo.

La aceleración con relación a la nueva medición tiene que volverse 0 al mismo tiempo con relación al anterior; puesto que hemos visto que un movimiento no acelerado, es decir, uniforme en el sistema viejo, representa nuevamente un movimiento así en el nuevo. Por lo tanto, no nos extrañará que el cálculo arroja la siguiente relación entre las aceleraciones en el nuevo y en el viejo sistema:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = \tau^3 \frac{d^2x}{dt^2} \text{ o } \frac{d^2x}{dt^2} = \tau^3 \frac{d^2\xi}{dt^2} .$$

De esto se sigue que para el mismo punto en el tiempo todas las aceleraciones en el nuevo sistema tienen las mismas relaciones entre sí como las correspondientes en el viejo. Ahora bien, todas las leyes de movimiento generales se refieren sólo a las proporciones de las aceleraciones al mismo tiempo. Es decir, todas estas leyes conservan su validez también para la nueva medición del tiempo y espacio. Menciono como tales leyes, la ley del paralelogramo de las aceleraciones, la ley de que las aceleraciones que resultan de la acción recíproca de dos puntos materiales están contenidas en la línea de conexión, están orientadas en direcciones opuestas y tienen una proporción mutua que para los dos puntos es siempre la misma; además la ley de que de la proporción de aceleración de los puntos materiales A y B y aquella de los puntos A y C la proporción de aceleración para C y B es simplemente compuesta. Todo esto sigue en pie si todos los componentes de aceleración presentes al mismo tiempo se aumentan o reducen en la misma proporción; tampoco de estas leyes se puede desprender nada decisivo para una u otra manera de la medición de tiempo y espacio. El asunto cambia si uno toma en cuenta la dependencia de la aceleración

de la distancia de los puntos que se encuentran en acción recíproca. De acuerdo a la ley de Newton, la aceleración de un punto material que nace de la acción recíproca con otro es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia:

$$p = \frac{a}{r^2},$$

donde p es esta aceleración, r la distancia de los dos puntos y a una constante independiente del tiempo; todo con relación a la medición de espacio y tiempo que nos es familiar. En el nuevo sistema a la p podría corresponder la π , a la r la ρ . Entonces tenemos, $p = \tau^3 \pi$, $r = \frac{\rho}{\tau}$, y obtenemos

$$\pi = \frac{a}{\tau \cdot \rho^2}.$$

Aquí entrara entonces una dependencia directa del tiempo, o la constante a se reemplazaría por un número $\frac{a}{\tau}$ dependiente del tiempo.

La medición de espacio y tiempo familiar a nosotros se distingue entonces porque tiene una expresión que, con relación a la ley de Newton, no contiene el tiempo. Esto es lo que exigimos de una ley natural. Si las mismas circunstancias se presentan de nuevo, entonces esperamos que se enlazan también con las mismas consecuencias sin importar en qué momento esto suceda. Si observamos que, no obstante, se presentan consecuencias diferentes, entonces concluimos de esto que no hemos prestado atención a todas las circunstancias que se deberían tomar en cuenta; pero no culpamos de ello al momento diferente en sí³².

No parece quedarme otra, en una primera instancia, que decir:

Se puede establecer un sistema de coordenadas y una manera de medición de longitud y tiempo de tal manera que el movimiento de los puntos materiales en el mundo entero se realiza con relación a ello de tal manera que la aceleración de uno cualquiera se puede descomponer en componentes según la ley del paralelogramo de las aceleraciones, cada uno de los cuales corresponde al efecto recíproco con otro punto material, valiendo ahora las leyes precedentemente

³² [16] Al haber introducido un sistema de coordenadas y una escala de tiempo, V' (véase la nota 8/[5], caso 1), usando medidas no estándares de espacio y tiempo, Frege ha mostrado que la ley de gravitación de Newton depende del tiempo respecto a él. Puesto que Frege requiere que una ley general sea independiente del tiempo, este resultado le da motivos para excluir el sistema V' no estándar de la clase de sistemas inerciales.

mencionadas del efecto recíproco, y siendo que las leyes que regulan en cada caso la magnitud de la aceleración para el efecto recíproco no contengan ni el tiempo, ni la posición de los puntos materiales relativo al sistema de coordenadas, de manera que se puede desplazar el punto inicial del tiempo y se puede introducir, en lugar de este sistema de coordenadas otro congruente que está rígidamente conectado con el primero, sin que en las expresiones analíticas de aquellas leyes cambie otra cosa aparte de que se reemplazan las letras viejas por las nuevas correspondientes.

Que existan, entonces, un número infinito de sistemas de coordenadas que se mueven relativamente entre sí uniformemente sin rotación ni cambio de la escala, es un teorema matemático.

Ahora bien, en cuanto a la pregunta acerca de la realidad del movimiento, me parece que ésta está en peligro de convertirse en un pleito sobre palabras. La cuestión no puede ser otra que si la diferencia entre el movimiento acelerado o no acelerado o, como lo expresa Lange, entre la rotación inercial y el reposo inercial (p. 56) y las diferencias entre los diferentes tipos del movimiento acelerado son reales. Puede ser que las siguientes decisiones sean las más adecuadas: en el mismo sentido en que se llama real la consistencia de una longitud (e. g. de una barra de metro normal a temperatura constante), también aquellas diferencias de los diferentes tipos de movimiento son reales. Tenemos en ambos casos unas determinaciones arbitrarias las cuales, sin embargo, están enlazadas tan estrechamente con la naturaleza que se distinguen por ello especialmente de todas las demás, también lógica y matemáticamente posibles. Si se desea expresar este enlazamiento estrecho con la regularidad legal del suceso mediante la palabra «real», entonces hay que hacerlo en ambos casos. Quizá la palabra «objetivo» sea, sin embargo, más apropiada³³.

³³ [17] La interpretación de este párrafo y las dos que le preceden es facilitada si revisamos la segunda objeción de Frege contra el análisis de Lange —esta objeción aparece como (B) en las notas 8/[5] y 11/[8]. Frege arguye que la clase de sistemas de referencia que valen como inerciales bajo el esquema de Lange es mucho más amplia de lo que Lange imagina. A manera de ilustración Frege examina el sistema V' no estándar y concluye (véase la nota 19/[16]) que semejantes sistemas pueden ser rechazados puesto que resultan en leyes generales dependientes del tiempo. Ahora bien, el punto de los tres párrafos en cuestión es mostrar que aún *después* de eliminar sistemas como V' , la clase de sistemas inerciales aún es muy amplia. De hecho, tan amplia que podría incluir sistemas respecto a los cuales algún movimiento que normalmente consideramos como acelerado resulta no acelerado.

Ahora surge la pregunta ¿cómo estrechar esta clase aún más? Frege contesta que la distinción entre un movimiento acelerado y no acelerado es tan real como la invariabilidad de la longitud. Si esto es cierto, podemos rechazar todo sistema de referencia V'' que nuble la distinción entre el movimiento acelerado y no acelerado, justamente como podíamos eliminar sistemas de coordenadas como V' que produjeron leyes dependientes del tiempo. En ambos casos, los sistemas de referencia rechazadas califican como

Habr  aquí todavía lugar para algunos comentarios acerca de las expresiones «concepto» y «representación». Me parece que la primera se asigna mejor a la lógica; puesto que esta tiene el derecho más antiguo sobre ella y necesita semejante expresión para poder enunciar sus leyes; lo que debe exigir al concepto con esta finalidad es la delimitación nítida, pero de ninguna manera la ausencia de contradicciones. Lo que no exhibe esta delimitación nítida no puede ser reconocido por la lógica como concepto, como tampoco en la geometría algo puede ser reconocido como punto que no carece de extensión, puesto que de lo contrario sería imposible establecer los axiomas geométricos. Tiene que ser decisivo para la formación de un lenguaje artificial en cada ciencia el punto de vista de que la legalidad se pueda expresar de la manera más simple y al mismo tiempo totalmente precisa. Y tengo que lamentar, desde este punto de vista, que la palabra «concepto» se usa ahora frecuentemente en formulaciones que no son compatibles con ese sentido lógico. Para el concepto lógico no existe ningún desarrollo, ninguna historia, al menos no en el sentido en que se suele hablar de él. No puedo concordar con el autor en que haya un gran requerimiento de poder hablar de la historia del desarrollo de un concepto; y encuentro que efectivamente hay motivo para evitar esa expresión. Si se dice, en lugar de ello, «historia de los intentos de captar un concepto» o «historia del captar de un concepto», entonces esto me pareciera ser mucho más adecuado; puesto que el concepto es algo objetivo, algo que no se forma, algo que tampoco se forma en nosotros, sino algo que intentamos captar y finalmente, ojalá, realmente

inerciales en el esquema de Lange.

Tenemos que enfatizar la naturaleza de las razones de Frege para excluir de la clase de sistemas inerciales tanto (i) sistemas de referencia como V' que usa medidas no estándares y que resultan en leyes generales dependientes del tiempo como (ii) sistemas de coordenadas como V'' que nublan la distinción entre los dos tipos de movimiento. Las razones son, en ambos casos externas a la teoría, aunque Frege parece vacilar entre estas dos razones relacionadas: (a) este tipo de sistemas viola nuestra noción de «realidad»; (b) este tipo de sistemas conllevan formulaciones inaceptables de leyes generales. Nos parece que las razones de Frege son filosóficamente importantes porque, entre otros aspectos, ubican las cuestiones en la perspectiva apropiada. Quiere decir, Frege se da cuenta claramente que un debate sobre medidas no estándares, por ejemplo, se tiene que desarrollar a un nivel de metateoría. Si se podría, por ejemplo, establecer un sistema de medidas no estándares que no conllevarían leyes generales dependientes del tiempo, entonces la aceptabilidad de este sistema de medidas se resolvería en torno a su compatibilidad con nociones no teóricas acerca de la realidad. E inclusive si nuestra noción de realidad es violada por semejante de sistema de medidas no estándares, es perfectamente posible que haya otras nociones metate ricas —e. g. economía matemática o física— que podría aconsejar su aceptación (desde luego, la aceptación implicaría una redefinición de la realidad). Era en este plano extra-teórico que Einstein condujo muchos de sus argumentos sobre sistemas de medidas no estándares. Nosotros no sugerimos que Frege anticip  los argumentos de Einstein, pero creemos que Frege hubiera estado abierto a escucharlos.

captemos si no erradamente hemos buscado algo en un lugar donde no hay nada. «El número tres cae bajo el concepto de los números primos» es una verdad objetiva; cuando la enuncio no quiero decir: encuentro en mí una representación que llamo «tres» y otra que llamo «número primo», y que estas representaciones estén en una relación particular entre sí; si se dan representaciones similares también en otros hombres y si están en una relación similar entre sí, requiere de una determinación adicional; si la representación que yo llamo «número primo» no se cambiará poco a poco, que no estará más en aquella relación particular con aquella otra, es algo que no puedo saber; esto es algo que la experiencia posterior tendrá que enseñar.

Si se quisiera decir esto, entonces obviamente uno no atinaría en absoluto al sentido del pronunciamiento, propiamente dicho; pero de la misma manera si digo, en lugar de «encuentro esta representación en mí» quisiera decir «formo en mí este concepto»; puesto que se seguiría reportando todavía un desarrollo en el propio interior. Más bien queremos afirmar algo con nuestra oración que ha valido objetivamente siempre y valdrá siempre, totalmente independiente de nuestro estado de vigía o sueño, vida o muerte, sin importar si había seres o si los habrá que reconozcan esta verdad o no.

Lange opina «que un concepto aún en desarrollo no está libre de contradicciones internas según su naturaleza: de lo contrario, faltaría todo motivo para continuar su desarrollo». Me parece que esta es una descripción totalmente falsa que en el presente caso en particular tampoco es atinada. Una contradicción en un concepto no es en absoluto razón para su desarrollo. El concepto de lo que es desigual a sí mismo contiene una contradicción y sigue siendo, sin embargo, lo que es y siempre ha sido, y todavía no da señas de quererse desarrollar más. Está en su pleno derecho de ser reconocido en la lógica como concepto, puesto que su delimitación es tan nítida como es posible serlo y puede ser usado bien para la definición del número cardinal 0, según he mostrado en mi libro sobre «Los fundamentos de la aritmética». En el caso presente tampoco son ningunas contradicciones internas en el concepto del movimiento las que impulsan el desarrollo. Ciertamente, contradicciones se hicieron aparentes, pero no de la manera que se hubieran combinado características contradictorias entre sí en la definición, sino porque se ha tratado como concepto lo que, en el sentido lógico, no lo es, puesto que falta la delimitación nítida. Se buscó un límite y, a causa de las contradicciones que surgieron, se tomó conciencia de que la delimitación supuesta todavía era poco segura, borrosa o, en todo caso, no la buscada. Efectivamente eran contradicciones las que hicieron avanzar al espíritu en búsqueda, pero no contradicciones en el concepto; puesto que estas siempre conllevan una

delimitación nítida: se sabe, pues, que nada cae bajo un concepto contradictorio; es imposible, entonces, una duda de si algo dado cae o no bajo él, tan pronto se haya reconocido la contradicción³⁴. Lo que impulsa el avance es la percepción de la delimitación borrosa. Es así como hemos concentrados todos nuestros esfuerzos también en nuestro caso a encontrar una línea limítrofe nítida. Ahora bien, se puede decir que no resultaron exitosos, porque una línea limítrofe, donde se había buscado, ni siquiera existe. Pero en su lugar se encontró otra línea limítrofe: no entre movido y no movido, sino entre inercial quieto y no inercial quieto; y el autor se ganó la fama de haber visto por primera vez claramente esta línea limítrofe. Y esto le ha de servir de consuelo si acaso no habrá tenido éxito con «llevar el concepto un poco más rápido a la meta de su desarrollo».

E igual que en el uso de la palabra «concepto», tampoco puedo expresar mi aprobación para aquel de la palabra «representación». Mientras aquella se debe asignar a la lógica, ésta se debe asignar convenientemente a la psicología. Uno no sólo conserva el estrecho contacto con el uso del lenguaje vivo, sino también con la tradición en la psicología. Nosotros decimos «me imagino algo»³⁵ e intentamos con esto un evento mental interior y entendemos por «representación» un constructo interior. Por consiguiente, no se debería usar nunca en la física, matemática, lógica la palabra «representación» o, cuando mucho, para rechazarla como inapropiada. La física trata, por ejemplo, de cuerpos e, igual que todas las ciencias, también con conceptos, pero no con representaciones: estas pueden quedar reservadas para la psicología. Propiamente dicho, nunca se debería hablar científicamente de una representación sin relación con una persona que se la representa sin por lo menos aludir a un propietario. Puesto que la representación de uno no es la del otro, como tampoco la nariz de uno es la del otro, aun si le fuera congruente. El uso, carente de relación, de la palabra «representación» se debe desechar igualmente como el de la palabra «movimiento».

Lange dice, e. g.: «nosotros pasamos por alto que en nuestros juicios sobre el

³⁴ [18] Se puede entender el punto del argumento de Frege en estos párrafos de otra manera también considerando palabras conceptuales. Un nombre propio es inapropiado para Frege para la ciencia si no tiene denotación; lo mismo es cierto para nombres conceptuales. Un nombre conceptual con una extensión vacía, sin embargo, no carece de denotación. Más bien falla de denotar si no es posible decir de un objeto dado si satisface o no el nombre conceptual. Si esto pasa, Frege habla de «límites imprecisos».

³⁵ [Nota del traductor] Frege usa en alemán el sustantivo «Vorstellung» que reproduzco como «representación» y el verbo «sich etwas vorstellen», literalmente también: «representarse algo»; pero me parece que queda más cerca de la idea asociada con el alemán la expresión en español que uso en el texto, aunque es un tanto inexacto.

movimiento "real" la representación de la tierra también está incluida» y, en otro pasaje: «la representación de la posición de un sistema de puntos es la representación de los sitios de todos sus puntos». ¿Se puede representar el autor los sitios de todos los átomos de una pieza de papel? Pero esto no es aquí realmente lo importante; si sólo la posición de un sistema de puntos es el epítome de los sitios de sus puntos, entonces esto podría ser suficiente. ¿Qué nos importan aquí las representaciones que alguien se hace de esto? ¿Cuándo se dejará de arremolinar algo psicológico y algo lógico, conceptos y representaciones? Desde luego, el autor podría hacer valer el uso del lenguaje inversamente también a su favor y mencionar cien libros y tratados con esta finalidad. Desafortunadamente, esto le sería posible y estos comentarios no están dirigidos en particular contra él y el libro en cuestión. Yo derivó la necesidad de distinguir y asignar a la lógica una expresión, a la psicología otra, de la naturaleza de la cosa y una necesidad científica y recorro al uso del lenguaje sólo si se trata de la selección de las expresiones. El uso del lenguaje, sin embargo, nunca podrá justificar el encubrimiento de diferencias reales.

No me quiero despedir de este libro estimulante, sin embargo, enfatizando una opinión divergente, sino señalar todavía favorablemente a la crítica dada en sentido negativo en el primer apéndice de la, así llamada «absoluta traslación del sol» y concordar con la afirmación «de que conceptos elementales no son lo que es dado desde el origen a la observación científica» sino que —según yo quisiera expresarlo— se tienen que descubrir primero a través del trabajo de descomposición lógica. En la química, por ejemplo, los elementos no son dados desde el principio, sino su descubrimiento marca ya un alto grado de desarrollo de esta ciencia. Lo primero lógico y fácticamente no es lo primero psicológica e históricamente.

REFERENCIAS

- DUMMETT, Michael (1996). *Origins of Analytical Philosophy*. Cambridge, Mass: Harvard University Press.
- FREGE, Gottlob (1891) «Über das Trägheitsgesetz». *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*. 98: pp. 145–161. Republicado en Frege, Gottlob. *Kleine Schriften*. Ed. Ignacio Angelelli (1967, 2a edición 1990). Hildesheim: Georg Olms, pp. 113–124.
- FREGE, Gottlob (1891/1974). Tr. Howard Jackson y Edwin Levy «On the Law of Inertia». En: ed. Robert S. Cohen and Marx W. Wartofsky, *Boston Studies in the Philosophy of Science, Volume XIV. Methodological and Historical Essays in the Natural and Social Sciences*. Dordrecht–Holanda/Boston–EE.UU.: D. Reidel
- LANGE, Ludwig (1886): «Die geschichtliche Entwicklung des Bewegungsbegriffs und ihr voraussichtliches Endergebnis». Leipzig: W. Engelmann.



Brief Analysis and Translation of Gottlob Frege's «On the Law of Inertia»

Frege's review of Ludwig Lange's book about the Newtonian laws of motion is his only work discussing the logical principle that should govern an empirical science system. Some interesting comments about this piece from a historian's perspective in the philosophy of science are contained in the translations of notes by the authors of a translation into English. My brief analysis argues that Frege's review allows us to question many of the standard interpretations of Frege's philosophy of language and logic.

Keywords: Newton · Ludwig Lange · Empirical Science · Concept · Representation.

Breve análisis y traducción de «Sobre la ley de la inercia» de Gottlob Frege

La reseña de Frege de un libro del físico alemán Ludwig Lange sobre las leyes de movimiento de Newton es el único trabajo en que el autor discute los principios lógicos que deben regir una ciencia empírica. Interesantes comentarios sobre esta reseña de Frege desde el punto de vista de una historia de la filosofía de ciencia se desprenden de una serie de notas al final tomadas de la traducción al inglés del artículo de Frege. En mi breve análisis trato de hacer plausible que este trabajo de Frege nos permite poner en perspectiva muchas de las interpretaciones de aspectos claves de su filosofía de lenguaje y de lógica que hoy en día son todavía las dominantes en la erudición fregeana.

Palabras Clave: Newton · Ludwig Lange · Ciencia empírica · Concepto · Representación.

KURT WISCHIN es miembro de FiloLab UGR Unidad de Excelencia de la Universidad de Granada, España. Doctorando [≈ CPhil] en Filosofía en la Universidad de Granada. Su primer contacto formativo con la filosofía académica se produjo en Viena durante la década de 1970. Obtuvo una licenciatura en Filosofía en la Universidad Autónoma de Querétaro y una Maestría en Filosofía en la Universidad Nacional Autónoma de México. Su trabajo en filosofía toma como punto de partida la filosofía de Wittgenstein, en particular tal como

se condensa en *Investigaciones filosóficas*. Sus actividades de investigación actuales se centran en los años fundacionales de la filosofía contemporánea de la lógica y el lenguaje, poniendo especial énfasis en el desarrollo de la doctrina de Frege y su influencia en la formación del *Tractatus*, así como en la filosofía analítica en general temprana. Ha publicado diversos artículos, capítulos de libro, traducciones y reseñas académicas.

INFORMACIÓN DE CONTACTO | CONTACT INFORMATION: Departamento de Filosofía I. Universidad de Granada. Edificio de la Facultad de Psicología, Campus de la Cartuja. 18011 Granada, España. e-mail (✉): kurt.wischin@gmail.com · iD: <https://orcid.org/0000-0002-2372-1703>.

HISTORIA DEL ARTÍCULO | ARTICLE HISTORY

Received: 10–October–2020; Accepted: 12–December–2020; Published Online: 20–December–2020

COMO CITAR ESTE ARTÍCULO | HOW TO CITE THIS ARTICLE

Wischin, Kurt (2020). «Breve análisis y traducción de "Sobre la ley de la inercia" de Gottlob Frege». *Disputatio. Philosophical Research Bulletin* 9, no. 15: pp. 167-198.

© Studia Humanitatis – Universidad de Salamanca 2020