

Reivindicando el proyecto de Frege. La prioridad de las proposiciones y el carácter expresivo de la lógica

Vindicating Frege's Project.

The Priority of Propositions and the Expressive Character of
Logic

MARÍA J. FRÁPOLLI

Recibido: 29-Septiembre-2016 | Aceptado: 20-Enero-2017 | Publicado: 22-Diciembre-2017

© Studia Humanitatis – Universidad de Salamanca 2017

Frege es considerado el padre de la lógica y de la filosofía analítica contemporáneas. Sin embargo cada vez resulta más evidente que, bajo los paradigmas vigentes en la actualidad, se ha dilapidado parte del potencial del proyecto original de Frege en el paroxismo formalista en el que se han convertido la lógica contemporánea y la semántica formal. Por ello, se hace urgente re-examinar este proyecto en busca de iluminación acerca de lo que hacemos cuando hacemos lógica. El propósito del presente artículo es en particular estudiar el tratamiento que Frege dio a las constantes lógicas en el desarrollo de su ideografía como instrumento de representación de inferencias. Se espera obtener así una mejor comprensión de la contribución que Frege hizo al desarrollo de la lógica y de la semántica que rebasa los límites que marca la tradición Hilbert-Tarskiana.

Composicionalidad · Conceptografía · Inferencialismo · Contenido Juzgable · Constantes Lógicas · Expresivismo Lógico.

Frege is widely considered as the father of contemporary logic and analytical philosophy. Nevertheless, a closer look to Frege's work makes clear that the formalist paroxysm which defines contemporary logic and formal semantics has overlooked substantial parts of Frege's original project. For this reason, it becomes urgent to re-examine that project in search of illumination about what we are doing when doing logic. The purpose of this paper is to study in particular how Frege dealt with logical constants while developing his ideography as an instrument for the representation of inferences. We expect to obtain thus a new and better understanding of the contributions that Frege made to the development of logic and semantics that overcome the limits drawn by the Hilbert-Tarskian tradition.

Compositionality · Concept-script · Inferentialism · Judgeable Content · Logical Constant · Logical Expressivism.


M. J. Frápolli (✉)
Universidad de Granada, España
email: frapolli@ugr.es



Reivindicando el proyecto de Frege. La prioridad de las proposiciones y el carácter expresivo de la lógica

MARÍA J. FRÁPOLLI

§1. ¿Qué hacemos cuando hacemos lógica?

 LA PREGUNTA DE QUÉ ES LA LÓGICA respondemos con inmutable seguridad que la lógica es la ciencia que estudia la validez de los argumentos, siendo un argumento válido aquel en el que la conclusión se sigue lógicamente de las premisas. Añadimos además que la validez es una propiedad formal de estructuras cuyos nódulos están marcados por las constantes lógicas. Hasta aquí todo bien. Las dificultades aparecen cuando intentamos explicar los términos de esta caracterización. La definición de consecuencia lógica que todos usamos es la que Tarski propuso en 1934, «Decimos que la oración X se sigue lógicamente de las oraciones de la clase \mathfrak{K} si, y solo si, todo modelo de la clase \mathfrak{K} es también un modelo de la oración X » (1934, p. 417). La definición ha tenido un efecto abrumador en la lógica y la semántica posteriores. Pero Tarski, menos autocomplaciente que sus complacientes seguidores, era perfectamente consciente de que su definición de consecuencia dependía de una definición adecuada de constante lógica, y que sin ella su definición perdía peso teórico: «La investigación posterior clarificará sin duda enormemente el problema que nos interesa. Quizá será posible encontrar importantes argumentos objetivos que nos permitan justificar la frontera tradicional entre expresiones lógicas y extra-lógicas. Pero también considero bastante posible que las investigaciones no den resultados positivos en esta dirección, de modo que nos veremos obligados a considerar conceptos tales como «consecuencia lógica», «enunciado analítico» y «tautología» como conceptos relativos que deben, en cada ocasión, relacionarse con una división definida, aunque arbitraria en mayor o menor grado, de los términos en lógicos y extra-lógicos» (p. 420). Tarski no se equivocó porque, como Warmbrod declaró en (1999, p. 503), «no hay todavía un consenso asentado acerca de lo

que hace a un término ser una constante lógica ni siquiera acerca de a qué términos debería de reconocérseles este estatus». Como en un castillo de naipes, la ausencia de una definición precisa de constante lógica se lleva por delante la definición clásica de validez, la noción de estructura lógicamente válida y la noción de forma lógica.

A este duro diagnóstico se puede replicar observando que, a lo largo del siglo xx, la lógica (simbólica, matemática, o como se quiera llamar) se ha convertido en una ciencia desarrollada que avanza a buen ritmo y en diferentes direcciones, ganando de manera constante en amplitud y en sofisticación. Eso es verdad, avanza la sofisticación técnica, pero no avanza ni el análisis de sus conceptos fundamentales ni la comprensión de su objetivo, entre otras cosas porque la lógica contemporánea no es un único proyecto sino una mezcla inorgánica de intuiciones diversas, algunas provenientes de las matemáticas, otras de la semántica y otras más de la inteligencia artificial. El proyecto de Frege, por un lado, y el proyecto de Hilbert y Tarski, por otro, tienen puntos en común pero no pueden simplemente colocarse juntos y pasarse de uno a otro sin hacer un complicado proceso de ajuste. La situación se complica aún más si se añaden los proyectos de Turing y de Montague al conjunto. Una manera de unificar los diversos puntos de vista es colocarse en un nivel de abstracción tal que las especificidades y objetivos de estos proyectos se diluyan y el conjunto adquiera uniformidad y armonía a costa de su contenido. En mi opinión, algo de esto ha ocurrido y el resultado es un conjunto de estudios, sistemas, problemas y soluciones, posiblemente complejas y elegantes pero sin relevancia real ni para el avance de la ciencia ni para la comprensión de las actividades inferenciales de los seres humanos de carne y hueso.

El propósito del presente artículo es re-examinar el proyecto de Frege y buscar iluminación en el creador de la lógica contemporánea. Frege propuso su escritura conceptual, su ideografía, como un instrumento de representación de inferencias. La representación perspicua es el primer paso para el análisis de las relaciones lógicas entre los contenidos juzgables que son los pasos de las inferencias. Frege ofreció además una caracterización de las expresiones de cantidad como funciones de orden superior que le permitió llegar por primera vez a una definición lógicamente adecuada de la noción de número natural. En el desarrollo de la lógica formal hemos perdido algunas intuiciones esenciales para comprender el proyecto de Frege, y parte de su potencial se ha dilapidado en el paroxismo formalista en el que se han convertido la lógica contemporánea y la semántica formal.

El plan de artículo es el siguiente. En la sección 2, «Dos principios fundamentales de la lógica de Frege», se introducen los dos principios que en mi opinión definen el proyecto de Frege, el *Principio de Prioridad Proposicional* y el *Principio de Superación de la Gramática*. En la sección 3 se discute el papel que los principios de composicionalidad y contexto juegan en la semántica de Frege; en la sección 4, «Proposiciones y escritura conceptual», se analiza el propósito de la conceptografía contrastándolo con el proyecto claramente formalista de Boole; en la sección 5, «Relaciones lógicas», se tratarán las nociones a las que Frege atribuye significación lógica; en la sección 6, «Identidad de Contenido», se estudiarán las peculiaridades de la noción de identidad, y finalmente, en la sección 7 se ofrecerán algunas conclusiones.

§2. Dos principios fundamentales de la lógica de Frege

La lógica contemporánea es en buena parte, sin duda, la lógica de Frege, pero no fue Frege el único pensador que contribuyó al cambio de paradigma que permitió superar las limitaciones de la Silogística. La revolución lógica que culminó con la *Conceptografía* (1879) fue el resultado de muchos pequeños cambios durante todo el siglo XIX, cambios que conformaron una aproximación a la lógica marcadamente distinta de la que había sido habitual hasta entonces. Históricamente, no puede identificarse el momento en el que la lógica contemporánea apareció. Aun así, es razonable considerar la *Conceptografía* (1879) de Frege como el primer trabajo completamente perteneciente al nuevo paradigma y «quizás el trabajo individual más importante que se ha escrito nunca en lógica», como afirma van Heijenoort (1967, p. 1).

Considerando a la Silogística como trasfondo de contraste, hay dos principios que definen a la nueva lógica:

[PPP] *El Principio de Prioridad Proposicional*: Los portadores primarios de las propiedades lógicas son los pensamientos en sentido fregeano, esto es las proposiciones¹ completas, y no los conceptos

[PSG] *El Principio de Superación de la Gramática*: el análisis gramatical no es una fuente fiable de conocimiento lógico.

¹ Frege no usa el término «proposición» como se usa en la filosofía del lenguaje contemporánea. A veces usa el término alemán «Satz» con la ambigüedad entre oración y su contenido. Los términos que en Frege corresponden al contemporáneo «proposición» son «contenido juzgable» y «pensamiento». Uso aquí «proposición» para actualizar la terminología del artículo.

Además de estos principios, la lógica contemporánea se suele identificar con la teoría de la cuantificación. Fue Frege quien introdujo de manera explícita la distinción entre funciones de primer orden y de orden superior, y quien incluyó en esta última categoría a las expresiones de cantidad del lenguaje natural (lo que los lógicos llaman «cuantificadores»). Tras Frege, son muchos los estudiosos que han considerado el análisis de los cuantificadores como funciones de orden superior como el rasgo más característico de la lógica contemporánea. Un ejemplo lo constituye Christian Thiel, quien escribe que «[s]i Frege ha sido considerado como el fundador de la lógica matemática moderna, la caracterización se refiere a su creación de la lógica cuantificacional clásica en su *Conceptografía* de 1879 sin ningún predecesor» (Thiel 2009, p. 197). La afirmación de Thiel es básicamente correcta, aunque la comprensión del fenómeno de la cuantificación aparece en Peirce, y en sus discípulos, O. H. Mitchell y Christine Ladd-Franklin aproximadamente por la misma fecha (véase Putnam 1990, p. 257).

La relevancia de [PSG] se irá viendo a lo largo del artículo. Ahora nos centraremos en [PPP]. En la importancia del [PPP] como rasgo definitorio de la lógica contemporánea insiste Sundholm (2009, p. 269), quien adelanta el origen de la disciplina a 1837. En este año se publica la obra de Bolzano *Wissenschaftslehre* en la que ya abiertamente se sustituye el interés lógico por los términos por el interés por las proposiciones (*Sätze an sich*). La lógica contemporánea es para Sundholm esencialmente una lógica de proposiciones. En la *Conceptografía* ya se asume esta visión de la lógica, sin que haya datos suficientes para determinar si Frege conocía el paso dado por Bolzano varias décadas antes. Este asunto de la influencia de Bolzano en Frege ha sido tratado por varios autores, entre ellos Dummett (1991, p. vii) y el ya mencionado Sundholm. Dummett subrayó la ausencia de datos históricos para afirmar que Frege conociera la obra de Bolzano. En contraposición, Sundholm ha insistido en la profusión de datos a favor de la afirmación de que Frege leyó a Bolzano. A pesar de las apariencias, no hay una contradicción real entre estas dos opiniones. La investigación histórica de Sundholm indica que Frege leyó a Bolzano hacia 1905 o 1906, quizá presionado por los consejos que en esta dirección le ofrecieron Benno Kerry, Korselt y Husserl (véase Sundholm 2000, pag. 164–166). Los argumentos de Sundholm son sólidos pero, aun asumiendo que tiene razón, el contacto de Frege con el trabajo de Bolzano fue tardío, muy posterior a la propuesta de la *Conceptografía*. Brandom (1994, p. 199; 2000, p. 80), por su parte, en su intento de fundamentar históricamente el inferencialismo semántico, subraya en antecedente kantiano de [PPP], que sin

duda tuvo una influencia decisiva en la configuración de la lógica fregeana.

Aceptar los principios [PPP] y [PSG] como definitorios de la disciplina no es una decisión filosóficamente neutral sino que supone una particular concepción de la lógica. Es justo indicar que autores de mucho peso han realizado un diagnóstico muy distinto del de Sundholm. Boolos (1999), por ejemplo, data el comienzo de la lógica contemporánea en el trabajo de Dedekind de 1858, «Continuidad y números irracionales», en el que el matemático alemán presenta por primera vez el procedimiento del corte. Dice Boolos: «Tanto si Dedekind anticipó por unos pocos años uno de los mayores descubrimientos de Frege como si no, hay otro año anterior a 1872, 1858, que no sería implausible tomar como aquel en el que la lógica se convirtió en un asunto “grande”. De hecho, la lógica tal como la conocemos se podría decir que surgió exactamente el 24 de Noviembre de 1858. Porque en esta fecha, de acuerdo con el Prefacio de *Continuidad y Números Irracionales*, Dedekind consiguió descubrir el “verdadero origen en los elementos de la aritmética” del teorema de que cada función acotada creciente sobre los reales se aproxima a un límite. La idea clave que se necesitaba para probar el teorema de forma rigurosa fue una de las construcciones lógicas más celebradas, la definición de Dedekind de los números reales a través del corte de los números racionales» (Boolos y Jeffrey, 1999, p. 251, mi traducción).

La sugerencia de Boolos muestra que la corrección de las dataciones del origen de la lógica no puede dirimirse meramente apelando a hechos históricos, sino que depende de la relevancia lógica de los aspectos que se datan. La relación de [PPP] con la práctica y la teoría de la lógica contemporánea está clara: la lógica contemporánea no es una lógica de términos sino de proposiciones. No es clara, sin embargo, la conexión del principio dedekindiano del corte con las inferencias corrientes o científicas, por muy original que pueda ser la metodología de Dedekind en el trabajo mencionado. Dedekind propuso un procedimiento preciso para definir (o crear, como él decía, sección IV) números irracionales: una división del conjunto de los números racionales en dos porciones, de manera que los elementos de la primera porción sean todos menores que los elementos de la segunda y que la primera porción no tenga un elemento máximo produce un corte en la serie de los números que define unívocamente un elemento nuevo, un número irracional. Tanto Frege como Boole, Dedekind, Cantor o Peano estaban interesados en ofrecer definiciones de las nociones básicas de la aritmética y del análisis, pero esto solo no basta para afirmar que cada uno de los avances que hicieron en esta dirección tenga relevancia para el proyecto de

desarrollar un método perspicuo de representación de inferencias. Este no fue el objetivo del trabajo de Dedekind, y la relevancia lógica de su definición de número irracional es si acaso altamente indirecta.

Además de la identificación de los principios que marcan el comienzo del nuevo paradigma en lógica, la caracterización de la lógica contemporánea se enfrenta a la dificultad de interpretar correctamente el alcance de estos principios.

Comencemos con [PPP]. Este principio, tal como está formulado, admite dos lecturas independientes, una con relevancia para la lógica y otra con relevancia para la semántica. Los sub-principios [PPL] y [PPS] corresponden a las dos lecturas:

[PPL] *El Principio de Prioridad Lógica*: Los portadores de propiedades y relaciones lógicas son las proposiciones completas, y

[PPS] *El Principio de Prioridad Semántica*: Los portadores primarios, en sentido lógico y cronológico, de propiedades semánticas son las oraciones.

[PPL] dice que las propiedades y relaciones lógicas se aplican a proposiciones completas o conjuntos de proposiciones, y que los conceptos están en relaciones lógicas solo de manera derivada. Las relaciones lógicas son así relaciones de orden superior (en terminología contemporánea) cuyos argumentos son proposiciones (conceptos 0-ádicos), que son a su vez complejos conceptuales. [PPL] implica además que la tarea del lógico solo comienza cuando las proposiciones están disponibles. No compete a la lógica pues determinar cómo se constituyen las proposiciones ni cómo se individúan, las proposiciones son los elementos básicos del trabajo del lógico. Desde el punto de vista de la corrección histórica, es necesario aclarar que para Frege las relaciones lógicas no son de orden superior, puesto que las oraciones se equiparan en su semántica a nombres propios y tanto las proposiciones como los valores de verdad son en su ontología objetos. Pero dado que las proposiciones son analizables siempre en términos de algunos componentes no-saturados, esta pequeña modificación de la posición histórica de Frege es conveniente. [PPL] contrasta con la esencia de la silogística, que es una lógica de términos.

Por su parte, [PPS] recoge la idea de que el significado es una propiedad de

las oraciones y que las expresiones sub-oracionales solo lo adquieren de manera derivada, por su contribución sistemática al contenido de aquellas. Se habrá reparado en que [PPL] y [PPS] no hablan del mismo tipo de entidades: [PPL] hace referencia a proposiciones y [PPS] habla de oraciones. Esta diferencia es muy relevante para entender el alcance de los principios y pasarla por alto es, en parte, responsable del giro formalista de la disciplina a principios del siglo xx. Las propiedades lógicas lo son de contenidos juzgables. Un argumento válido expresado en castellano no deja de serlo cuando se lo traduce al portugués, porque la lógica no está ligada a lenguajes particulares. Las propiedades semánticas, sin embargo, son propiedades de expresiones y las expresiones lo son de sistemas lingüísticos particulares. Las palabras de un lenguaje contribuyen de diversas maneras a lo que puede decirse mediante las oraciones en las que estas palabras ocurren, dependiendo de los contextos. Esta contribución es su valor semántico, el valor semántico de las palabras en cuestión.

Frege, como veremos, apoya ambas lecturas de [PPP]. [PPL] es probablemente el aspecto más determinante de su proyecto lógico y [PPS] es probablemente el aspecto más determinante de su proyecto semántico. Ambos principios han definido el trabajo de los lógicos y los filósofos del lenguaje en el siglo pasado y justifican la consideración de Frege como el padre de las correspondientes disciplinas.

§3. Composicionalidad y Contexto

[PPS] es lo que posteriormente se ha llamado el «Principio del Contexto», [PCont], y aparece por primera vez enunciado explícitamente en *Los Fundamentos de la Aritmética* (1884). En la introducción de esta obra dice Frege: «el significado de las palabras debe ser buscado en el contexto de todo el enunciado, nunca en las palabras aisladas» (1884/1996, p. 38). Toda esta obra es una aplicación del [PCont] a la definición de la noción de número natural. *Los Fundamentos de la Aritmética* muestra la ganancia teórica y metodológica de no centrar los análisis semánticos en las palabras aisladas. Fijarse en los numerales y no en las ecuaciones numéricas obstaculizó, en opinión de Frege, la tarea de definir los números con anterioridad a su trabajo.

Desde sus primeros escritos hay muchas evidencias del apoyo de Frege a [PPS] (en adelante [PCont]) además de la que supone la totalidad de *Los Fundamentos de la Aritmética*. Un ejemplo de aplicación de [PCont] en la *Conceptografía* es la manera en la que Frege introduce la distinción entre

contenidos juzgables y no juzgables. Veamos como procede. En la nota a pie de pina 5 del § 2 Frege explica que un contenido no-juzgable como «casa», esto es, un contenido que no puede ser por si solo el contenido de un juicio ni de una aseveración, es únicamente una parte de otros contenidos juzgables como «la casa de Príamo era de madera». En este párrafo, Frege presenta la barra para el juicio, « — », esto es, el signo que expresa (*drückt aus*) que un contenido juzgable, como «la atracción recíproca de los polos opuestos», se afirma. A continuación, caracteriza lo que llama la «barra del contenido» como una parte desligable de la barra del juicio. Lo que la barra del contenido expresa es que lo que aparece tras de ella como su argumento ha de interpretarse como un todo compacto. La unidad de la proposición es una asunción no un logro, y esa unidad se indica mediante la barra del contenido. Adelantando algo un debate que aparecerá en pinas posteriores, se puede decir que el procedimiento por el que obtenemos contenidos no juzgables, esto es, conceptos, es pues el siguiente: el acto que supone el punto de partida del análisis es un juicio, *La circunstancia de que A es un hecho*. Esto por si solo ya indica la asunción de [PPS]. Del juicio puede eliminarse el compromiso del agente y lo que se obtiene entonces es un contenido juzgable, *La circunstancia de que A*, una proposición (aunque expresada mediante un término singular) no aseverada. Algunas partes de la proposición son a su vez contenidos no juzgables, esto es, contenidos conceptuales o conceptos. Cómo se obtienen esos conceptos se muestra también más adelante, cuando se acomete la tarea de caracterizar la función. Eso se lleva a cabo en el § 9, en el que se caracterizan las funciones como aquellos componentes de los juicios que consideramos como estables. Considerando el contenido completo de un juicio posible como, por ejemplo, «la circunstancia de que el anhídrido carbónico es más pesado que el oxígeno», se puede mantener fija la mayor parte de la expresión y sustituir «oxígeno» por «hidrogeno». El resultado sería «la circunstancia de que el anhídrido carbónico es más pesado que el hidrogeno». En este caso, «oxígeno» e «hidrogeno» serian argumentos distintos de la misma función «la circunstancia de que el anhídrido carbónico es más pesado que ...». Pero también se puede eliminar la expresión «anhídrido carbónico» en ambos casos y verlos como el resultado de completar dos funciones distintas con el mismo argumento. Lo que sea la función y lo que sean sus argumentos, declara Frege, es una «cuestión de puntos de vista». Depende de lo que consideremos fijo y lo que decidamos considerar variable. Funciones y argumentos son así posibilidades de análisis de los contenidos juzgables, no sus componentes primitivos.

Algún tiempo después, en «Función y Concepto», una conferencia de 1891,

la diferencia entre entidades saturadas y no saturadas se vuelve a explicar ajustándose a lo que dicta [PCont]: «Los enunciados en general, como ocurre con las ecuaciones o las desigualdades o las expresiones en el Análisis, pueden imaginarse divididos en dos partes; una completa en sí misma, y la otra con necesidad de compleción, o “insaturada”» (Geach y Black, 1960, p. 31). Las partes de un pensamiento se obtienen así por análisis partiendo del pensamiento completo, primero nos fijamos en las ecuaciones o desigualdades completas y solo posteriormente decidimos cómo analizarlas de acuerdo con las categorías de saturado y no-saturado. [PCont] contrasta con lo que algunos autores consideran el principio que define la filosofía del lenguaje contemporánea, el Principio de Composicionalidad (en adelante [PCom]), cuya formulación clásica es:

[PCom] El significado (sentido, referencia, valor semántico, etc.) de una expresión compleja es una función del significado (sentido, referencia, valor semántico, etc.) de las partes que la componen y del modo en el que estas se combinan.

La expresión pre-teórica «significado» tiene especificaciones teóricas diversas. En la *Conceptografía*, las nociones de contenido y modo de presentación son dos de esas especificaciones. A partir de 1891, Frege introduce la distinción entre sentido (*Sinn*) y referencia o significado (*Bedeutung*), tipos de significado que corresponden, para el caso de los nombres y las descripciones, al par *modo de presentación* y *contenido* de la *Conceptografía*. Esto es, para los términos singulares desde el punto de vista de la gramática, lo único que hay desde 1879 a 1891 es un cambio de terminología. La novedad que se produce a partir de su obra póstuma «Ausführungen über Sinn und Bedeutung» (1892–5) consiste en que la distinción se extiende a oraciones completas y a palabras-concepto (predicables) y para estos tipos de expresiones ya no hay correspondencia con el par introducido en la *Conceptografía*.

Cada especificación de la noción de significado admite una versión de [PCom], aunque para los objetivos del presente artículo será suficiente apelar a la noción inespecífica de significado.

Si Frege defiende o no algo parecido a [PCom] es un asunto muy debatido. Pelletier (2001), por ejemplo, hace un repaso de los autores (Hintikka, Cresswell y Burge, entre otros) que atribuyen a Frege el [PCom] para alguna de las interpretaciones posibles de la noción pre-teórica de significado y rechaza

que Frege sostuviera claramente ninguna de las versiones (2001, pags. 103–7). (Sandu y Hintikka 2001), por contraste, consideran [PCont] uno de los principios básicos de la semántica fregeana. ¿Cuál es el apoyo que Frege presta al [PCom]? ¿Es [PCom] compatible con [PCont]? Pelletier destaca la curiosa circunstancia de que ambos principios se conocen en ciertos ámbitos bajo el mismo título general: el Principio de Frege (Pelletier 2001, pags. 87–91). [PCont] es explícito en (1884), mientras que no hay formulaciones inequívocas de [PCom] en la obra de Frege, como se verá más adelante. [PCom], en su versión estándar, parece además incompatible con la función que Frege atribuye a predicados de orden superior como «es un hecho» y «es verdadero». Dirimir el alcance de alguna versión de [PCom] en la obra de Frege requiere llevar a cabo algunas distinciones teóricas. Para empezar, es aconsejable distinguir entre una versión fuerte y una versión débil del principio, [PCom]_{fuerte} y [PCom]_{débil}, respectivamente:

[PCom]_{fuerte} El contenido semántico (significado, sentido, referencia) de una expresión compleja es el compuesto formado por el contenido (significado, sentido, referencia) de todas sus expresiones componentes y solo por ellas.

Pelletier llama a esta concepción la «versión del bloque de construcción» (*the building block version*) (Pelletier, 2012, p. 2).

[PCom]_{débil} El contenido semántico (significado, sentido, referencia) de una expresión compleja depende, en parte, del contenido semántico (significado, sentido, referencia) de sus expresiones componentes.

Pelletier llama a esta concepción la «versión funcional» (Pelletier, 2012 p. 3) de la composicionalidad. Aplicado a las lenguas naturales, [PCom]_{fuerte} choca con algunos resultados aceptados en filosofía de la lógica y del lenguaje y en lingüística. Parece fuera de duda que muchas expresiones significativas no tienen un efecto ni en el contenido juzgable (sentido) ni en el valor de verdad (referencia). Los medievales hablaban de expresiones sincategoremáticas (conjunciones, pronombres, adverbios) (véase Klima 2005), los lingüistas contemporáneos hablan de marcadores discursivos (véase, por ejemplo,

Schiffrin 1987), y ni unas ni otros, por citar ejemplos que contradicen [PCom]_{fuertes}, aportan conceptos que sean ingredientes de las proposiciones y que puedan entenderse, por tanto, como argumentos del proceso composicional.

Frege asume también que algunas expresiones no afectan al contenido. La explicación que Frege ofrece del funcionamiento del predicado « \vdash » en la *Conceptografía* contradice [PCom]_{fuerte}. En la *Conceptografía*, se expresan los juicios mediante el signo « \vdash », la barra del juicio, prefijado a un contenido. Para constituir un todo bien formado, la barra del juicio ha de preceder a signos que expresen contenidos conceptuales del tipo apropiado. El contenido del término «casa», por ejemplo, no puede ser el contenido de un juicio, ni puede serlo tampoco el contenido de «7». Como «7», «la atracción recíproca de los polos opuestos» (llamémosle «A») es un término singular desde un punto de vista gramatical. Sin embargo, « $\vdash 7$ » es un sinsentido mientras que « \vdash la atracción recíproca de los polos opuestos» no lo es en el lenguaje de la *Conceptografía*. La razón de esta discrepancia no descansa en la categoría gramatical de las expresiones usadas, que son ambas términos singulares, sino en el diferente estatus de los contenidos respectivos de las dos expresiones tras la barra del juicio. En el primer caso el contenido es un objeto (en el sentido contemporáneo del término), algo que no puede proponerse como verdadero, mientras que en el segundo es un contenido juzgable. De hecho, los contenidos juzgables, junto con la barra del contenido, « \dashv A», se expresan en la *Conceptografía* siempre como términos singulares. La barra del contenido, que se lee como «la proposición de que...» o «la circunstancia de que...», funciona como un nominalizador, esto es, como una expresión que forma términos singulares a partir de oraciones. Contenidos juzgables, que pueden *expresarse* mediante oraciones completas, se *designan* mediante términos singulares complejos gracias a la función de la barra del contenido. Los nominalizadores tienen una función sintáctica y el significado de muchos de ellos no afecta a la composición del contenido juzgable sobre cuya expresión se aplican.

Lo mismo ocurre con la barra del juicio. La *expresión* de un juicio tiene que tener una estructura oracional. Para convertir expresiones nominales como «la proposición de que los polos opuestos se atraen» (« \dashv A») o «la circunstancia de que los griegos vencieron a los persas en Platea» (« \dashv B») en expresiones de juicios, esto es, en contenidos afirmados por el hablante, se necesita añadir un signo, un predicado gramatical en este caso, que convierta términos singulares cuyo contenido es un contenido juzgable en oraciones que expresen ese

contenido juzgable. El predicado gramatical solo tiene esta función sintáctica puesto que el contenido juzgable de la oración resultante *es* el contenido juzgable del término singular del que partimos. En § 3 de la *Conceptografía* dice Frege: «Se puede imaginar un lenguaje en el cual la oración “Arquímedes pereció en la toma de Siracusa” pudiera expresarse de la siguiente manera “la muerte violenta de Arquímedes en la toma de Siracusa es un hecho”. Ciertamente, aquí también se puede, si se quiere, distinguir entre sujeto y predicado, pero el sujeto encierra el contenido completo, y el predicado solo tiene el propósito de poner a éste como juicio. Un *lenguaje así tendría únicamente un predicado para todos los juicios, a saber, “es un hecho”*. Se ve que en absoluto puede hablarse aquí de sujeto y predicado en sentido habitual. *Nuestra conceptografía es un lenguaje así, y el símbolo |— es, en él, el predicado común para todos los juicios*».

La función que Frege asigna al predicado gramatical «es un hecho» muestra que no toda expresión significativa tiene una incidencia en el contenido juzgable. El predicado «es verdadero» es otro ejemplo similar. En «Mis intuiciones lógicas básicas», Frege compara la contribución que adjetivos como «salado» realizan al pensamiento expresado en oraciones como «El agua de mar es salada» y la contribución que realizan otros adjetivos como «verdadero», en «Que el agua de mar es salada es verdadero». Y dice: «se requiere conocimiento del sentido de la palabra “salada” para comprender la oración, puesto que hace una contribución esencial al pensamiento (...). Con la palabra “verdadero” la cuestión es bastante diferente. Si ligo ésta a las palabras “que el agua de mar es salada” como un predicado, formo igualmente una oración que expresa un pensamiento (...). El pensamiento expresado en esas palabras coincide con el sentido de la expresión “que el agua de mar es salada”. Así el sentido de la palabra “verdadero” es tal que no hace una contribución esencial al pensamiento» (1915/1979, p. 251).

La imagen que se asocia a la interpretación estándar de la semántica fregeana y de su apoyo a [PCom] no sólo contrasta con las afirmaciones explícitas de [PCont] sino que es también difícilmente compatible con la caracterización que Frege ofrece del significado de la barra del juicio y su traducción, «es un hecho», y del predicado de verdad. Los predicados «es verdadero» y «es un hecho» son significativos sin añadir nada al contenido juzgable. Su significado no consiste por tanto en aumentar el contenido conceptual del acto de habla en el que aparecen. En terminología contemporánea diríamos que son semánticamente irrelevantes o que tienen un

significado expresivo: indican cómo ha de tomarse el contenido juzgable al que se aplican. En ambos casos estos predicados muestran que el hablante presta apoyo a ese contenido juzgable, que el hablante lo presenta como algo que puede tomarse como premisa en futuros actos inferenciales.

Por el contrario, la lectura débil, [PCom]_{débil}, es obviamente verdadera. El significado de expresiones genuinamente complejas, como oraciones y descripciones, se ve afectado por el significado de sus expresiones componentes en el sentido de que la sustitución de alguna de ellas por otra de distinto valor semántico afecta al valor semántico del complejo. Frege acepta esta lectura, como puede verse en el siguiente texto de (1892): «Vamos a preguntarnos ahora por el sentido y la referencia de una oración asertórica completa. Tal oración contiene un pensamiento. Ahora bien, ¿ha de considerarse ese pensamiento como su sentido o como su referencia? Supongamos que tal oración tiene una referencia. Si reemplazamos en ella una palabra por otra con la misma referencia, pero con diferente sentido, el remplazo no puede tener influencia alguna sobre la referencia de la oración. Podemos ver, sin embargo, que en tal caso el pensamiento cambia» (1892/1998, p. 91).

El experimento mental de sustituir en una expresión compleja alguna de sus partes por otra y comprobar cuál es el efecto del cambio en el valor semántico de la expresión de origen no es, en principio, evidencia de la versión fuerte de [PCom]. El procedimiento de sustitución permite dos interpretaciones distintas. Una de ellas, la *Composicionalidad de abajo a arriba*, apoyaría la versión fuerte; la imagen detrás de esta interpretación es la existencia previa de los ingredientes de la expresión compleja con su significado en aislamiento, un significado que posteriormente entra en combinación con otros componentes para formar un contenido complejo. La otra interpretación es la *Composicionalidad de arriba a abajo*, en un pensamiento se pueden identificar partes cuyo valor semántico es su contribución al todo:

[*Composicionalidad de abajo a arriba*] Si dos expresiones tienen valores semánticos distintos, la sustitución de una por otra en una expresión compleja dará como resultado diferencias en el valor semántico del complejo.

Carnap asume esta versión en su noción de estructura intensional (Carnap, 1947, § 14, p. 56) y es la recogida en la versión del bloque de construcción de la que habla Pelletier.

[*Composicionalidad de arriba a abajo*] Si la sustitución de una expresión por otra en una expresión compleja da como resultado la modificación del valor semántico de la expresión compleja, entonces las expresiones sustituidas tienen valores semánticos distintos.

Esta segunda interpretación, [*Composicionalidad de arriba a abajo*], puede reformularse como un método para evaluar el valor semántico o como un criterio de identidad del valor semántico de las expresiones. Arthur Prior (Prior 1963), por ejemplo, defendió que el concepto de opacidad referencial era innecesario, e interpretó las variaciones en el valor semántico de un complejo cuando se sustituyen algunos de sus componentes como un criterio para fijar las condiciones de identidad de las entidades sustituidas:

[*Principio de Sustitutividad*] Solo en el contexto de una expresión se puede contrastar el efecto de las sustituciones de sus partes.

[*Principio de Identidad*] Si dos expresiones pueden sustituirse en todo contexto sin afectar el valor semántico del contexto en el que se sustituyen, entonces las expresiones que se sustituyen tienen el mismo valor semántico.

La lectura de arriba a abajo es así un desarrollo del [PCont] y no produce ninguna tensión en la teoría semántica que Frege defiende.

Es indudable, sin embargo, que algunos textos de Frege sugieren [PCom]_{fuerte} y la lectura de abajo a arriba. Los contextos en los que la sugerencia se incluye son, básicamente, de dos tipos: en la discusión acerca de términos de ficción y en la discusión de la capacidad expresiva del lenguaje. En (1892/1998, p. 91) dice Frege: «¿Tiene quizá la oración como un todo solo un sentido pero no una referencia? En todo caso, puede esperarse que se den tales oraciones, del mismo modo que hay partes de oraciones que tienen ciertamente un sentido, pero no tienen referencia. Las oraciones que contienen nombres propios sin referencia serán de este género. La oración “Ulises fue desembarcado en Ítaca profundamente dormido” tiene obviamente un sentido. Pero puesto que es dudoso que el nombre “Ulises” que aparece en ella tenga una referencia, es también dudoso que la oración entera la tenga». Esto es,

porque «Ulises» no tiene una referencia, es por lo que la oración en la que aparece tampoco la tiene. En «La Negación», un texto tardío, se recoge la misma idea: «Si alguna de las partes componentes de la oración careciese de sentido, la totalidad carecería también de sentido. A partir de esto puede reconocerse qué diferencia hay entre una oración que carezca de sentido y una que exprese un pensamiento falso» (1919/1998, p. 229).

Y un poco antes, en «La Lógica en la Matemática», se dice: «Las posibilidades del lenguaje son maravillosas. Mediante pocos sonidos y grupos de sonidos consigue expresar una enorme cantidad de pensamientos, aun aquellos que no han sido antes aprehendidos o expresados por ningún ser humano. ¿De dónde surge esta posibilidad? Del hecho de que los pensamientos están formados por trozos de pensamiento» (1914/1979, p. 105). Frege expresa en este texto con gran claridad la idea de que son las partes de un pensamiento las que funcionan como los elementos que permiten construir el pensamiento como un todo.

Hay quien ve en estos textos el apoyo de Frege a [PCom]_{fuerte}. Hay maneras de interpretar los textos que, sin hacer violencia a las posiciones fregeanas, permiten una posición neutral respecto de [PCom]. La clave nos la ofrece la analogía con los enunciados de la aritmética. Los conceptos expresados mediante predicados de los lenguajes naturales se comportan en muchos sentidos relevantes como se comportan las funciones en aritmética. «[U]n concepto», leemos en «Función y Concepto» (1891/1998, p. 65), «es una función cuyo valor es siempre un valor de verdad». No tiene sentido preguntarse cuál es el valor de una función si no se presenta un argumento para la misma. El valor para la función « $\sqrt{\quad}$ » no es nada a menos que se ofrezca el argumento al que la función se aplica para obtener el valor. Para el argumento «9» el valor es «3». Sin argumento, preguntar por el valor de la función en general es un sinsentido. Esta explicación puede adaptarse punto por punto al análisis de oraciones como «Ulises fue desembarcado en Ítaca profundamente dormido». El predicado «fue desembarcado en Ítaca profundamente dormido» expresa un concepto, una función, cuyos argumentos son objetos de un tipo especial, los objetos del dominio de la función, y cuyos valores son objetos de un tipo especial, lo verdadero y lo falso. Si el nombre «Ulises» no refiere a un objeto del tipo requerido, entonces, a pesar de las apariencias, «Ulises fue desembarcado en Ítaca profundamente dormido» no se asemeja a « $\sqrt{9}$ ». Se asemeja a « $\sqrt{(\quad)}$ », donde « (\quad) » solo indica el lugar de argumento. Sin argumento no hay valor, y esta trivialidad es neutral respecto de [PCom].

§4. Propositiones y escritura conceptual

Antes de adentrarnos en los detalles del proyecto lógico de Frege es necesario insistir en que no hay un Frege lógico y un Frege semántico. La lógica y la semántica fregeanas son aspectos del mismo proyecto teórico y en ocasiones es imposible tratar uno de ellos sin implicar al otro.

El Principio de Prioridad Proposicional tiene una lectura lógica, como hemos indicado anteriormente. Aplicado a la propuesta lógica de Frege, [PPL] significa que los portadores primarios de las relaciones y propiedades lógicas son los contenidos juzgables completos y no sus constituyentes. Además de mostrar su apoyo a [PPL], Frege insiste en la irrelevancia de la gramática para los propósitos de su escritura conceptual. Esta idea se recoge en el siguiente principio, [PSG]:

[PSG] *El Principio de Superación de la Gramática*: el análisis gramatical no es una fuente fiable de conocimiento lógico.

Una consecuencia práctica de [PSG] es el contraste superficial que se aprecia entre el lenguaje propuesto en la *Conceptografía* y los lenguajes naturales en los que habitualmente realizamos las inferencias. En la *Conceptografía* se propone un lenguaje cuyo objetivo es reflejar las relaciones lógicas (condicionalidad, negación, generalidad e identidad de contenidos), que son relaciones semánticas, en la sintaxis. Los lenguajes naturales no suelen tener esta característica: a partir de su mera sintaxis no se pueden determinar las propiedades lógicas de los contenidos expresados. De la información de que un objeto es rojo, por ejemplo, se sigue que ese objeto es extenso, y se sigue también que ese objeto no es verde. El primer contenido implica el segundo y es incompatible con el tercero sin negar. Sin embargo, la implicación y la incompatibilidad de contenidos son invisibles para quien no entienda las oraciones mencionadas por muy experto que sea en teoría sintáctica. La *Conceptografía* y el resto de los lenguajes lógicos que derivan de ella son lógicamente perspicuos porque en ellos las relaciones semánticas están representadas en la superficie sintáctica. Hay que insistir sin embargo en que la posibilidad de mostrar en la sintaxis las relaciones semánticas no convierte a las relaciones semánticas en relaciones sintácticas.

Los dos principios, [PPL] y [PSG], explicitan el propósito de la propuesta de Frege de desarrollar un método de escritura conceptual para la

representación de inferencias. La escritura conceptual es una herramienta, un sistema para la representación perspicua de las relaciones inferenciales entre proposiciones, un vehículo para facilitar la evaluación de los distintos pasos de la inferencia. En palabras de Frege: «la conceptografía debe servir para probar de la manera más segura la precisión de una cadena de inferencias y para denunciar toda proposición que quisiera colarse inadvertidamente y poder investigarla en su origen» (Prólogo, p. 3). La escritura conceptual no es la lógica, la conceptografía no establece las relaciones lógicas. En ese mismo sentido, el lenguaje del Cálculo de Predicados de Primer Orden no es la lógica sino una manera de representar relaciones lógicas. Estas relaciones son previas y se muestran en las inferencias; la conceptografía fregeana y el lenguaje del Cálculo de Predicados de Primer Orden que deriva de ella solo ayudan a representarlas con precisión. Uno de los malentendidos más perjudiciales de la lógica contemporánea, que ha derivado en el escolasticismo formalista, consiste precisamente en haber sustituido el objeto de la lógica, i.e. el análisis de las inferencias, por el instrumento desarrollado para facilitar su tarea, i.e. los lenguajes formales para la representación de las mismas. Se aplica aquí el dicho de la luna y el dedo que la señala.

Merece la pena considerar con algo de detalle cómo introduce Frege su proyecto. Los contenidos de un juicio son contenidos juzgables, proposiciones, y solo los contenidos juzgables, declara Frege en §3, tienen interés para la *Conceptografía*. Ellos son los elementos entre los que se establecen las relaciones lógicas, los elementos de las cadenas de inferencias y las premisas y conclusiones de argumentos. Esto es lo que [PPL] y [PCont] implican. Uno de los rasgos que definen la escritura conceptual y que heredan los lenguajes lógicos posteriores es la renuncia a representar aspectos del significado que no sean esenciales para las relaciones inferenciales. En el caso de Frege, lo que atañe a la lógica son los contenidos juzgables y los contenidos juzgables se individualizan a través de su entramado inferencial. Los objetos de la lógica son las proposiciones y estas no se individualizan atendiendo a sus supuestos ingredientes o a la estructura sintáctica de las oraciones mediante las que las expresamos. Lo que caracteriza una proposición particular es la red de presuposiciones y consecuencias en la que se sitúa. La individuación de las proposiciones se produce pues de una manera relacional o, como he llamado en otros lugares (Frápolli & Villanueva 2015, Frápolli & Villanueva 2016), «orgánica». A la aproximación al significado que defiende esta manera relacional de individualizar los contenidos de actos de habla se la conoce como «inferencialismo». De este modo, se puede decir que el proyecto semántico de la *Conceptografía* es un

proyecto inferencialista.

Si el propósito de la escritura conceptual es, como se ha dicho, representar las relaciones entre contenidos juzgables, entonces merece subrayarse la idea de que esos contenidos no son estructuras o formas sin interpretar. Las alternativas que Frege rechaza son pues que las relaciones lógicas sean relaciones entre expresiones, esto es, entre ítems lingüísticos, y que las relaciones lógicas sean relaciones entre individuos (en sentido contemporáneo). El rechazo de la primera alternativa es el contenido de [PSG], el rechazo de la segunda alternativa es la asunción de que las relaciones lógicas no son relaciones de primer orden. Esta segunda idea implica, además, que la lógica no se interesa por las características particulares de los objetos: «Puesto que me he limitado a expresar, por primera vez», dice Frege, «relaciones independientes de las propiedades específicas de las cosas, pude también emplear la expresión “lenguaje de fórmulas para el pensamiento puro”» (1879/1972, p. 3). En este contexto, las «relaciones independientes de las propiedades específicas de las cosas» no son relaciones formales, sintácticas o estructurales, sino relaciones que conectan unos conceptos con otros y unos contenidos juzgables con otros. Por eso, el lenguaje de fórmulas expresa el «pensamiento puro», esto es, el pensamiento no contaminado con la intuición de objetos individuales. Frege es un racionalista clásico, y no está interesado en la estructura formal sino en las relaciones conceptuales. En la sección III, § 23, cuando trata de la teoría general de series, dice «en estos ejemplos se ve cómo el pensamiento puro, que prescinde de todo contenido dado por los sentidos o incluso por una intuición *a priori*, permite —sólo del contenido que nace de su propia naturaleza— producir juicios que, a primera vista, solo parecen ser posibles con base en alguna intuición». De nuevo usa aquí la expresión «pensamiento puro» y la explica a la manera kantiana, como ausencia de intuición sensible y no como ningún tipo de conocimiento sintáctico.

Un análisis de la originalidad que el propio Frege atribuye a su *Conceptografía* frente al trabajo de Boole ayudará a justificar este aspecto. Dice Frege: «Espero que la comparación con otro modo de designar relaciones lógicas, propuesto por mí, no sea rechazable. Primero, sin embargo, me gustaría subrayar que el objetivo de mi conceptografía es diferente del de la lógica de Boole. [...] Los signos de Boole son completamente inapropiados para ello [*para eliminar las palabras en el curso de una prueba*], lo que difícilmente nos puede extrañar si consideramos su propósito; están pensados para presentar la forma lógica sin ningún interés por el contenido» (1880–1, p. 47). En la misma pina continúa: «Solo quiero investigar aquí la segunda parte de la lógica

booleana, la parte que trata con *proposiciones secundarias* [...]. Por *proposiciones secundarias* Boole entiende los juicios hipotéticos, disyuntivos y, en general, todos aquellos que afirman una relación entre contenidos de posibles juicios, como opuesto a las *proposiciones primarias*, en las que los conceptos se colocan en relación unos con otros» (*loc. cit.*).

[En estos textos hay una afirmación explícita de [PPP] y un indicio claro de que Frege rechaza la concepción formalista de la lógica. Es Boole y no Frege quien se propone «presentar la forma lógica sin ningún interés por el contenido». Además, la primera línea del texto citado deja ver que el propósito de los signos peculiares de la conceptografía, de las *constantes lógicas*, es «designar relaciones lógicas».

§5. Relaciones lógicas

¿Cuáles son, podemos preguntarnos ahora, los signos peculiares de la *Conceptografía*? O dicho desde otra perspectiva, ¿cuáles son las relaciones lógicas básicas entre contenidos —generalidad y la identidad de contenido. Todos ellos son conceptos funcionales, «insaturados» en la terminología posterior, cuyos argumentos son conceptos (contenidos), y en el caso de los tres primeros, contenidos juzgables.

Analicemos su significado por orden. Supongamos que A y B son contenidos juzgables, contenidos como *la atracción de los polos opuestos* o *la derrota de los persas*. Son contenidos juzgables, aunque los señalemos mediante términos singulares. Las posibilidades que un agente tiene de afirmación y negación de A y B son las siguientes: (i) podemos afirmar A y afirmar B, (ii) afirmar A y negar B, (iii) negar A y afirmar B y finalmente (iv) negar A y negar B. Una proposición secundaria condicional del tipo «Si B, entonces A» indica la exclusión de (iii) (*Conceptografía* § 5). Éste es el significado del condicional: una oración en condicional se usa para decir que no podemos afirmar la condición B y negar lo condicionado A. La siguiente imagen ilustra la manera en la que Frege representaba el condicional:



En este caso, se representa la barra del juicio, la barra del contenido para la relación condicional recién explicada, a continuación, la barra vertical del condicional y las dos barras del contenido que anteceden a A y a B. El comportamiento semántico del condicional es similar en ciertos aspectos al del predicado «es verdadero». Recordemos que Frege contrastaba la función semántica de este último con la del adjetivo «salada», el adjetivo es un ingrediente del contenido juzgable del acto de habla mientras que el predicado «es verdadero» no lo es. El Frege maduro insiste en la misma idea. En (1892/1984, p. 164), la obra que se considera el paradigma de la semántica fregeana, la explicación del funcionamiento del predicado «es verdadero» muestra que Frege considera su significado no sustantivo sino expresivo: «Alguno podría verse tentado a considerar la relación del pensamiento con lo verdadero no como la que hay entre el sentido y la referencia, sino como relación del sujeto con el predicado. Verdaderamente puede decirse: “El pensamiento de que 5 es un número primo es verdadero”. Pero si se examina esto más atentamente, se observa que con ello no se dice realmente nada más de lo que se dice en el simple enunciado “5 es un número primo”. La afirmación de la verdad radica, en ambos casos, en la forma del enunciado asertivo, y cuando éste no tiene su fuerza habitual, por ejemplo en boca de un actor en escena, el enunciado “el pensamiento de que 5 es un número primo es verdadero” contiene también únicamente un pensamiento, a saber, el mismo pensamiento que el simple “5 es un número primo”. De aquí puede desprenderse que la relación del pensamiento con lo verdadero no debe compararse a la del sujeto con el predicado». La verdad es el compromiso del hablante y éste se expresa en la aserción. Lo que el predicado de verdad indica es que el acto de habla es de este tipo. El predicado «es verdadero» ni tiene sentido ni tiene referencia, no contribuye al pensamiento y aun así es significativo. Este contraste entre «salado» y «verdadero» se repite en el caso de los términos lógicos: el condicional no funciona como «opuestos» ni como «persas». Nombres, adjetivos y verbos hacen una contribución al pensamiento, al sentido de la oración; los términos lógicos por contraste ayudan a entender cuáles son los compromisos del hablante, ésta es su función y no la de aportar un nuevo concepto a los conceptos que forman parte de A y B. En esta misma obra, Frege trata el análisis del discurso indirecto y menciona verbos como «decir», «oír» «opinar», «conocer», «imaginarse» y otros. Si bien es cierto que no ofrece una explicación abiertamente expresivista de ellos puesto que su objetivo son las cláusulas subordinadas que los completan, parece claro que considera que estos verbos indican cómo entender las proposiciones que son la

referencia de las cláusulas subordinadas. Y en nota dice: «En “A mintió al decir que había visto a B”, el enunciado subordinado se refiere a un pensamiento, del cual se dice, en primer lugar, que A lo afirmó como verdadero, y, en segundo lugar, que A estaba convencido de su falsedad». Es decir, «mintió» no es un componente de la proposición expresada, sino que su significado consiste en informar al oyente de la actitud del hablante hacia el contenido de su aseveración.

De acuerdo con la explicación estándar de la posición de Frege, todas las expresiones tienen sentido y referencia, y la ontología refleja la semántica en el siguiente sentido: una expresión functorial (o una palabra-concepto) refiere a una entidad no-saturada, un término singular (incluidas las oraciones declarativas) refiere a una entidad saturada. En el supuesto de que ésta fuera una caracterización ajustada, solo se aplicaría a lo que Boole denominaba «proposiciones primarias», no a las oraciones que incluyen términos lógicos como el condicional. La barra condicional no es un nombre de nada, no refiere a nada, las constantes lógicas no son nombres (al menos en la *Conceptografía*). El tratamiento que el Frege maduro (a partir de 1891) ofrece de los nombres propios y las palabras-concepto no se aplica a lo que hoy denominaríamos «conceptos de orden superior». Hemos visto que no se aplica a «es verdadero» ni a los verbos de actitud proposicional. Frege no tiene una posición desarrollada en este punto, pero hay indicios suficientes en su obra como para pensar que estos conceptos son semánticamente especiales.

Además de las peculiaridades semánticas de los términos lógicos, el uso de las expresiones «afirmar» y «negar» en la *Conceptografía* merece también análisis detallado. Frege nunca usa los adjetivos «verdadero» y «falso» en esta obra, y desde luego no los usa para explicar el significado del condicional ni de ningún otro término lógico. Lo que Frege destaca son las posibilidades de aseveración y negación de contenidos juzgables. Se podría argumentar que esta terminología no tiene ninguna relevancia real, y que es meramente una forma de expresarse. El propio van Heijenoort considera que lo que se encuentra en la *Conceptografía* es una versión primitiva del método de las tablas de verdad para la definición de las conectivas. Sin embargo, si Frege hubiera querido caracterizar los términos lógicos atendiendo a sus condiciones de verdad, esto es, atendiendo a las posibilidades de combinación de los valores de verdad de los contenidos juzgables, seguramente hubiera encontrado una manera más directa de explicarlo. La conceptografía no es un sistema para representar lo que es verdadero, sino para representar qué contenidos juzgables se afirman y cuáles no se pueden negar una vez que hemos afirmado otros. Afirmar y negar

contenidos juzgables son actos de habla y en este sentido lo que Frege caracteriza son los actos que los hablantes están autorizados a realizar o aquellos que tienen prohibidos.

Podría pensarse que el uso de los verbos «afirmar» y «negar» es una reminiscencia de la lógica medieval. De hecho, Frege incluye el cuadro clásico de los opuestos al final de la primera parte de la *Conceptografía* y lo incluye al tratar el efecto que produce la generalidad: la negación de la generalidad junto con el condicional es, se dice en el §12, «*el modo en que se expresan las conexiones causales*». El cuadro de la oposición lógica (arriba en alemán, abajo en español) que aparece en la *Conceptografía* es:

So ergibt sich die Tafel der logischen Gegensätze:

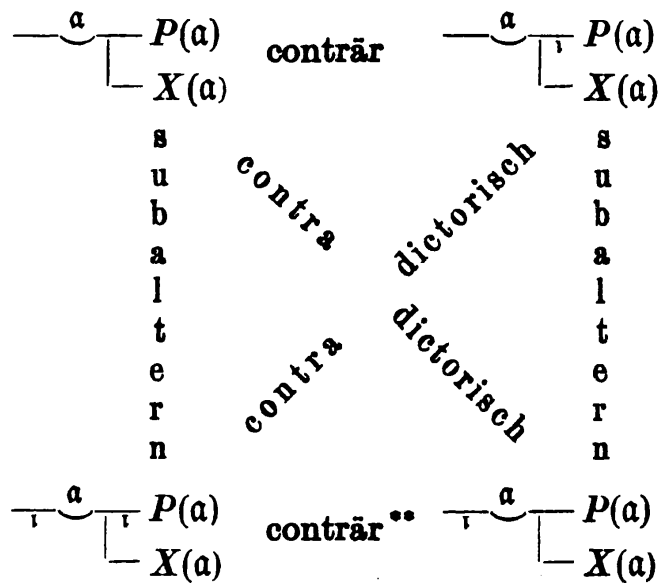


Gráfico nº 1. Cuadro de oposición lógica en alemán. Fuente: Frege 1967

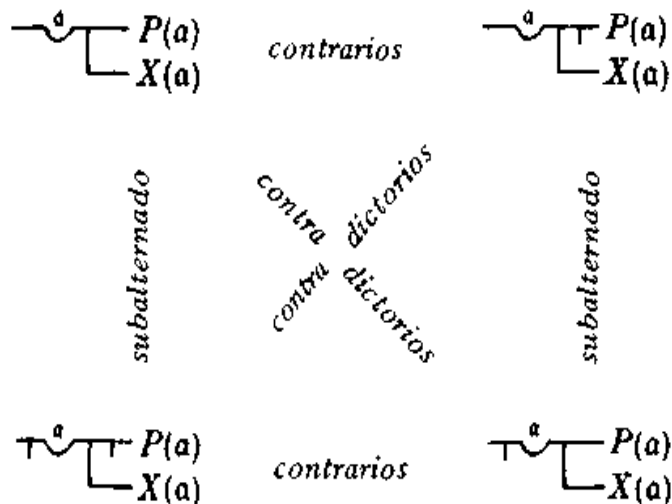
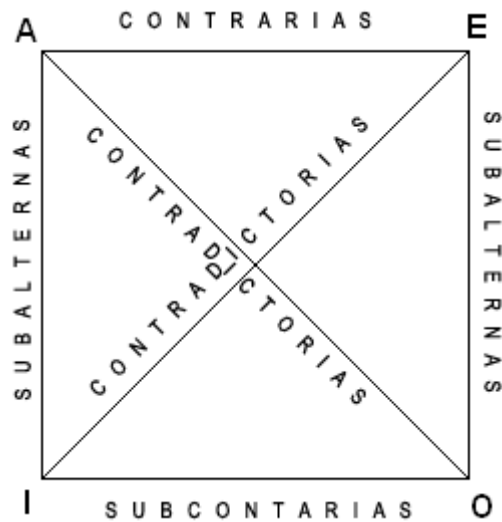


Gráfico nº 2. Cuadro de oposición lógica en castellano. Fuente: Frege 1972.

Los términos latinos «*afirmo*» y «*nego*» se usaban en la silogística para clasificar los juicios aristotélicos de acuerdo con sus características semánticas.

AFIRMO



NEGO

Una oración universal afirmativa era de tipo A, la primera vocal de «afirmo», una particular afirmativa de tipo I, la segunda vocal de «afirmo» y las negativas se denominaban por las vocales de «nego». En un juicio de tipo A como «Todo lo que tiene la propiedad Ψ tiene la propiedad P», o «Es necesario que S sea P», no puede ocurrir que se afirme de a que es Ψ y se niegue que es P. En la explicación clásica, los tipos A, E, I, O hacen referencia a características de las oraciones: que incluyan o no una negación y que incluyan el cuantificador universal o particular (o alternativamente los operadores de necesidad y posibilidad). Sin embargo, la afirmación y la negación de las que se habla en la *Conceptografía* en relación a la condicionalidad no dependen de las características de los contenidos a los que se aplican ni de las características de las oraciones mediante las que estos contenidos se expresan. Afirmer A no indica que A sea un contenido afirmativo y negar B no indica que B sea un contenido negativo. Frege está asumiendo una perspectiva que podría denominarse pragmática, en la que se atiende al significado de los términos lógicos atendiendo a la función para la que los usan los hablantes.

La negación es el siguiente signo lógico del que Frege se ocupa (1879, § 7), y se usa para «expresar la circunstancia de que *el contenido no tiene lugar*». En este

caso Frege hace explícito que la negación no incorpora contenido nuevo, sino que indica que el contenido al que se aplica no puede afirmarse. Lo que se niega en este caso parece ser la barra del juicio, esto es, el acto de aserción. Sin embargo, en «La Negación. Una investigación lógica» (1918) Frege ofrece una interpretación algo distinta. En esta obra tardía se plantea si la negación corresponde al contenido o más bien al acto de juzgar, y argumenta que es más conveniente² optar por la primera alternativa. Lo que esto significa es que Frege asume que la negación afecta a las condiciones inferenciales del contenido del acto de juzgar, sin que esto afecte al acto en sí. No hay un juzgar positivo y un juzgar negativo; los compromisos que adquirimos al juzgar son siempre los mismos. Sin embargo, la negación no es tampoco ahora un componente del contenido. Frege defiende que no hay contenidos negativos: la negación pertenece a la *expresión* del contenido y no al contenido mismo. Si la individuación del contenido se realiza a través de las propiedades inferenciales, como sucede en la *Conceptografía*, entonces no hay diferencia alguna entre el contenido expresado por la oración «Gottlob no era feliz» y «Gottlob era desgraciado». Es decisión del agente que expresa el contenido hacerlo mediante una oración negativa o mediante una oración afirmativa. Se podría aducir contra esta interpretación que el agente no siempre puede elegir la manera de expresarse, porque no siempre ocurre que tengamos los predicados apropiados y a veces es necesario construir un predicable negativo ad hoc usando la negación. En estos casos, la negación sería esencial para la expresión del contenido. Aun si esto fuera así, estaríamos ante una peculiaridad contingente del vehículo de expresión, del castellano, el alemán, o el fregeano, y no de una característica esencial del contenido mismo.

Todo contenido juzgable tiene un contradictorio. Esta es la intuición de la bipolaridad que Wittgenstein utilizó posteriormente para caracterizar las proposiciones (Wittgenstein 1996, p. 8). Con la negación indicamos esta relación de incompatibilidad entre los contenidos contradictorios. En palabras de Frege: «Así pues, a cada pensamiento le corresponde uno contradictorio, de manera que un pensamiento se da por falso cuando se reconoce como verdadero su contradictorio. La oración que expresa el pensamiento contradictorio se forma a partir de la expresión del pensamiento original por medio de una palabra negativa» (1918/1998, p. 242). Cuál de los contradictorios se represente como una oración negativa depende del hablante,

² Es significativa la manera en la que se expresa Frege. No habla de cómo son las cosas, sino de lo que es más conveniente para el análisis. Ni rastro de su supuesto platonismo.

de sus intereses y de la capacidad expresiva del lenguaje que use. Lo que interesa a la lógica es el hecho de que los dos contenidos son incompatibles. En ese sentido, el signo de la negación, aun siendo una función sintácticamente monádica, indica una relación semánticamente binaria: la incompatibilidad de contenidos. La negación presupone la relación de incompatibilidad, el hecho de que dos proposiciones no se pueden afirmar a la vez, e indica que la proposición que es el contenido del acto en el que la negación ocurre es el contenido que se descarta.

El análisis de la negación permite reforzar la idea de que las palabras no corresponden a partes del pensamiento. La negación no corresponde a nada porque no hay pensamientos negativos, la negación por el contrario indica con qué pensamiento es incompatible el pensamiento que se expresa en la oración. Condicionalidad y negación son las operaciones lógicas entre contenidos juzgables que Frege considera básicas.

La generalidad se trata en (§ 11) y presenta características distintas de las dos nociones anteriores. Desde un punto de vista lógico-sintáctico, el signo de la generalidad es una función que tiene como argumento otra función: es una función de orden superior. La caracterización de la generalidad en la *Conceptografía* supone una ruptura con el tratamiento que la silogística ofrece de las expresiones de cantidad y se considera, con argumentos sólidos, uno de los asuntos que definen la lógica contemporánea. Por tanto, el análisis del proyecto de Frege requiere además el siguiente principio, [FOS],

[FOS] [*Funciones de Orden Superior*] Algunas funciones requieren funciones como argumentos. Las expresiones de cantidad son de este tipo

Ya se hizo mención anteriormente (sección 3) a la manera en la que Frege abstrae los componentes funcionales a partir del juicio. En el § 9 dice Frege: «Al pensar de esta manera una expresión variable, se descompone la misma en un componente estable, que representa la totalidad de las relaciones, y el símbolo, considerado como reemplazable por otros, que significa el objeto que se encuentra en estas relaciones. Al primer componente lo llamo función, y al último, su argumento». La distinción entre lo que se considera fijo y lo que se considera variable le sirve para explicar el papel de la generalidad en el §11. En un juicio, argumenta Frege, el contenido se puede interpretar como función de alguno de los símbolos mediante los que lo expresamos, $\vdash \phi(a)$. Cuando incorporamos una concavidad en la barra del contenido con una letra gótica

sobre ella, y sustituimos la variable «a» por una instancia de la misma letra gótica, lo que indicamos es un juicio, a saber: «el juicio de que esa función, sea lo que fuere lo que se considere como su argumento, es un hecho» (p. 16):

$$\vdash a \Phi(a)$$

Con una simbología más familiar: un contenido juzgable, el posible contenido de un juicio, puede descomponerse en una función (lo que mantenemos estable) y un argumento (lo que interpretamos como cambiante): ϕa , donde « ϕ » es la función. Si afirmamos ϕa , $\vdash \phi a$, lo que indicamos es que la función ϕ para el argumento a es un hecho. La generalidad sirve para indicar que el resultado de sustituir el argumento en cuestión por cualquier otro (con la categoría apropiada) será así mismo un hecho. De este modo, un juicio general es, en realidad, una regla para producir juicios singulares.

Una intuición similar, aunque más desarrollada, la encontramos en «Generalidad Lógica», un trabajo de 1923, donde se explica la función de la generalidad de una manera explícitamente inferencialista. En la ciencia, también en la lógica, nos interesan las leyes, y las leyes, como las relaciones lógicas, son generales. Decir que las leyes de la lógica son generales no es decir que sean formales o estructurales, es decir que son relaciones conceptuales. «Sacamos provecho del conocimiento de una ley», afirma Frege, «al obtener una pléyade de conocimientos particulares mediante inferencias de lo general a lo particular, para lo que, naturalmente, se requiere siempre un trabajo mental: el de la inferencia. Aquel que sabe cómo ocurre tal inferencia, ha captado también qué es generalidad tal como se intenta que se entienda aquí el significado de la palabra» (1923/1998, p. 276).

En *Los Fundamentos de la Aritmética* (1884), y *Función y Concepto* (1891), se caracteriza la noción insistiendo en otro de sus aspectos: un enunciado general es un enunciado que expresa subordinación de conceptos. La subordinación de conceptos también se sugiere en el § 12 de la *Conceptografía*, cuando se explica el significado de la combinación del signo de generalidad con la condicionalidad.

Para el propósito de obtener una comprensión lo más ajustada posible del fenómeno de la generalidad, es aconsejable distinguir dos sub-conceptos de generalidad en Frege (y en la lógica posterior), que responderían a dos usos del

concepto en los lenguajes naturales. En un caso, estaríamos ante un operador monario de orden superior cuya función sería la de portar información potencialmente infinita en paquetes finitos. En el segundo caso, estaríamos ante un operador binario que indicaría la subordinación de conceptos. En ambos casos la generalidad se puede entender como un permiso para afirmar, que se establece bien entre la formulación general y sus instancias, bien entre las instancias del antecedente y las del consecuente de un condicional. Estrictamente hablando, no es pues ni una propiedad de contenidos juzgables ni una relación entre ellos.

La diferencia entre los dos tipos de generalidad viene marcada por la estructura y el significado del argumento y por la manera en que lo tomemos. Si el argumento de la generalidad se toma como una única función proposicional, el significado de ésta es una regla para la afirmación de las instancias de la función para cualquier argumento del tipo apropiado. Si el argumento de la generalidad es una función proposicional compleja, en la que el condicional es la función dominante, entonces el significado de la oración o de la formula será una combinación de los significados de las dos funciones de orden superior, la generalidad y el condicional. Así, lo que tendremos será el juicio de que siempre que se afirme la función en el antecedente para un argumento, se puede afirmar la función en el consecuente para el mismo argumento. El permiso para afirmar un contenido una vez que se ha afirmado otro es la función del condicional, la adición de que este permiso es universal es la función de la generalidad. La combinación de ambos resulta de manera natural en la relación de dos conceptos cuando uno está subordinado al otro. La generalidad tiene una relación doble con la noción de inferencia: por un lado es un permiso para afirmar instancias y por otro explicita las conexiones inferenciales entre los argumentos del condicional.

La subordinación de conceptos tiene un significado inferencial obvio, como indica la caracterización que hace Ramsey de los enunciados condicionales universales, a los que llama «hipotéticas variables»: «Las hipotéticas variables no son juicios sino reglas para juzgar “Si me encuentro con un φ , debo considerarlo como un ψ ”. Esto no puede negarse pero puede discreparse de alguien que no lo adopte» (Ramsey 1929, «Proposiciones Generales y Causalidad», en Frápolli 2005, p. 235). Ramsey no considera a las hipotéticas variables como juicios que expresan un contenido: «Muchas oraciones expresan actitudes cognitivas sin ser proposiciones; y la diferencia entre decir sí o no a ellas no es la diferencia entre decir sí o no a una proposición. Esto es verdadero

incluso de las hipotéticas comunes [como puede verse en el ejemplo anterior, asevera algo para el caso de que su prótasis sea verdadera: aplicamos la Ley del Tercero Excluido no a la cosa completa sino sólo a la consecuencia]; y mucho más de las hipotéticas variables» (*op. cit.*, p. 234).

No hay pues un cambio en la interpretación de la generalidad a lo largo de la obra de Frege, aunque hay diversas maneras de entenderla. Ni hay un cambio en el tratamiento expresivo del condicional, la negación o la verdad desde la *Conceptografía* a sus obras de madurez.

§6. Identidad de Contenido

El signo para la identidad de contenido, que Frege representa en la *Conceptografía* mediante tres líneas paralelas, « \equiv », tiene un estatuto especial tanto en esta obra como en la lógica contemporánea. El objetivo de la conceptografía es desarrollar un sistema de representación de inferencias, incorporando signos para las relaciones lógicas básicas entre contenidos juzgables; la identidad de contenido, que Frege explica en el §8, no es sin embargo uno de ellos. El signo « \equiv » no muestra una relación entre contenidos juzgables y no indica, por lo tanto, pasos en una cadena argumental. Y esto por varias razones.

En primer lugar, los argumentos de la identidad de contenido no son ellos mismos contenidos juzgables. En terminología contemporánea, las expresiones que tienen la categoría gramatical adecuada para flanquear el signo de identidad son términos singulares: descripciones definidas satisfechas por un individuo, y nombres propios. Es cierto que los contenidos juzgables de la *Conceptografía* también se representan como descripciones, y sabemos que la barra del contenido es un nominalizador. Pero la peculiaridad de los contenidos juzgables es que pueden ser contenidos de un juicio, y que el nominalizador del contenido puede caer bajo el alcance del desnominalizador de la barra del juicio. La expresión «— la muerte violenta de Arquímedes» puede convertirse en « \vdash — la muerte violenta de Arquímedes», que se leería «la muerte violenta de Arquímedes es un hecho» o «Arquímedes murió de forma violenta». Con el signo de identidad la situación es diferente puesto que las expresiones que aparecen a sus costados son términos singulares cuyos contenidos no son contenidos juzgables sino individuos.

En segundo lugar, « \equiv » no representa una *relación* entre contenidos de ningún tipo, y a fortiori tampoco entre contenidos juzgables. La identidad no es

una relación genuina, no representa ningún ingrediente de un contenido juzgable, aunque el signo sea un relator con dos lugares de argumento. Lo que indica el signo « \equiv » es que, a pesar de los distintos modos de representar un objeto, el objeto representado es solo uno. En este punto, la identidad de contenido muestra una diferencia marcada respecto de la condicionalidad, la negación y la generalidad.

Si hay un asunto de la obra de Frege en el que los estudiosos, de manera prácticamente unánime, han querido ver la ruptura del autor maduro respecto de sus obras de juventud, ese asunto es sin duda la interpretación de la identidad. De acuerdo con la interpretación estándar, la posición de Frege respecto de la identidad evolucionó desde la *Conceptografía* (1879) a su época madura, que suele situarse en «Sobre Sentido y Referencia» (1892). En 1879, se argumenta, Frege defiende que la identidad es una relación entre signos, esto es, que los enunciados de identidad transmiten información metalingüística. Esta es la «interpretación metalingüística» de la identidad. En «Sobre Sentido y Referencia», sin embargo, Frege ofrecería un contra-argumento a su posición primera subrayando que, si la identidad fuera una relación entre signos, un enunciado de identidad no daría una información sustantiva sino meramente convencional acerca de la manera arbitraria en la que los signos se conectan con sus significados. Por esa razón, sigue el argumento, de 1892 en adelante Frege abrazaría una interpretación objetual de la identidad que la convierte en una relación entre objetos (la «interpretación objetual»), aunque mediatizada por la distinción entre sentido y referencia.

Esta interpretación de los dos *Frege* se pondrá en duda en lo que sigue. En este aspecto como en otros —la distinción sentido vs. referencia o el inferencialismo vs. representacionalismo de su semántica— Frege no cambió de posición a lo largo de su vida. O eso es lo que defenderemos. Sus posiciones evolucionaron, se hicieron más sofisticadas y adquirieron mayor alcance. Pero no hay una ruptura en sus convicciones de trasfondo de la *Conceptografía* a las *Investigaciones Lógicas*.

Aplicado al caso específico de la identidad, no se quiere sugerir tampoco que Frege tuviera una teoría elaborada acerca de cómo funciona la noción. Nada hay en Frege que pueda entenderse como una «teoría de la identidad»: algunas de sus explicaciones son confusas porque su posición de partida es confusa. La interpretación estándar, i.e. la que insiste en el cambio de posición, ha sido defendida por Bell (1979), Dummett (1973), Hacker y Baker (1984), Kripke (1980), Linsky (1977), Russell y Whitehead (1927), Salmon (1986),

Taschek (1992), y Wiggins (1976), entre otros muchos. Salmon, por ejemplo, dice: «Para cuando escribió “Über Sinn und Bedeutung” Frege encontró razón para rechazar este análisis de los enunciados de identidad. Y esto para bien, puesto que el enfoque de “Begriffsschrift”, tomado como un análisis de los enunciados de identidad del lenguaje natural, esta con toda seguridad equivocado» (pp. 50–51). Un poco después, continúa: «En contraste, la solución posterior de Frege invocando la distinción sentido–referencia va directamente al grano. Su propia objeción a su propuesta anterior de “Begriffsschrift” no fue, sin embargo, que fracasara al resolver el problema general. Fue que el enfoque de “Begriffsschrift” representa radicalmente mal la naturaleza de la información o el acto expresado en una oración de identidad genuina $a = b$. Frege objetó que el hecho de que dos términos singulares a y b fueran co–referenciales era “arbitrario”» (*loc. cit.*). Y de nuevo: «La objeción constituye una gran ironía en la filosofía de Frege. Frege afirma que el hecho de que dos nombres —digamos “Hesperus” y “Phosphorus”— resulte que nombran la misma cosa es un accidente sin interés del uso del lenguaje, un resultado de la arbitraria convención lingüística, y es irrelevante para el tema — en este caso, la astronomía — determinado por el objeto así nombrado, mientras que el hecho de que los objetos Hesperus y Phosphorus sean la misma cosa es un interesante hecho de la astronomía y es independiente de la decisión o convención humanas» (*op. cit.*, p. 52).

Otro ejemplo distinguido de la misma posición lo ofrecen Hacker y Baker: «¿Por qué está Frege insatisfecho con la solución de *Begriffsschrift*, i.e., que “ $a = b$ ” dice que “ a ” y “ b ” son correferenciales? Su objeción no puede ser una crítica general de la ambigüedad sistemática introducida por este análisis (después de todo, mantiene este rasgo de los signos en su análisis de los contextos oblicuos). Más bien, su argumento descansa en el punto de que si las identidades fueran acerca de signos no expresarían “conocimiento genuino”, puesto que la conexión entre un objeto y su nombre (su “modo de designación”) es arbitraria» (1984, pp. 284–285).

La interpretación estándar encuentra apoyo en la manera en la que el propio Frege se expresa al comienzo de «Sobre Sentido y Referencia»: «La igualdad induce a la reflexión a través de preguntas relacionadas con ella y que no son fáciles de contestar. ¿Es la igualdad una relación?, ¿es una relación entre objetos? ¿o bien entre nombres o signos de objetos? Esto último es lo que supuse en mi ideografía» (1892/1996, p. 172). ¿Supuso Frege en 1879 que la identidad era una relación que se establecía *meramente* entre signos? A pesar de lo que parece desprenderse del texto citado, la respuesta es negativa. Ni Frege

defendió nunca que la identidad era en general una relación metalingüística (aunque haya usos metalingüísticos de las oraciones de identidad), ni defendió nunca que la identidad era una relación de primer orden entre objetos, ni cambió su punto de vista en este tema desde sus primeros escritos a sus escritos de madurez. Todas las veces que en su obra Frege repasa su posición acerca de la identidad lo único que consigna es haber sustituido el signo « \equiv » de la identidad del contenido por el signo habitual en matemáticas « $=$ », porque se ha dado cuenta de «que el signo *igual* se usa en matemáticas como un signo de identidad» (Frege, 1980, letter to Dingler 4.7.1917, p. 27). Es iluminador para este punto tomar en consideración cómo ve Frege la evolución de su pensamiento. En el Prólogo a *Las Leyes Fundamentales de la Aritmética* (1893) se ofrece una explicación del retraso en la publicación de esta obra. *Las Leyes Fundamentales de la Aritmética* debía haber sido una continuación de la *Conceptografía* y *Los Fundamentos de la Aritmética* y sin embargo vio la luz con varios años de retraso. Las razones eran de dos tipos: la frialdad con la que la comunidad científica acogió su obra anterior y la necesidad de elaboración de algunas nociones. La distinción entre pensamiento y valor de verdad para las oraciones declarativas y la distinción entre funciones de primer y segundo orden eran algunas de las nociones que requerían más atención. Afirma también Frege haber introducido dos signos nuevos, uno para las extensiones o cursos de valor (*Werthverläufe*) de una función, y otro para el artículo definido en los lenguajes naturales, y haber cambiado la manera en la que escribía la identidad. En sus palabras: «Los signos primitivos usados en *Begriffsschrift* también aparecen aquí, con una excepción. En vez de las tres líneas paralelas he adoptado el signo corriente de igualdad, puesto que me he convencido de que tiene en aritmética precisamente el significado que quería simbolizar. Esto es, uso la palabra “igual” con el significado de “coincidente con” o “idéntico a”; y el signo de igualdad se usa realmente en aritmética de esta forma. La oposición que podría surgir contra esto descansará muy probablemente en la inadecuada distinción entre signo y cosa significada. Por supuesto en la ecuación “ $22 = 2 + 2$ ” el signo de la izquierda es diferente del de la derecha; pero ambos designan o denotan el mismo número» (Geach y Black, 1960, p. 6). Y añade en nota a pie de página: «También digo: el sentido del signo a la derecha es diferente del [sentido] del signo a la izquierda» (*loc.cit.*). No hay mención alguna a una evolución entre dos posiciones distintas.

Veamos con algo de detenimiento cómo se introduce el signo en la *Conceptografía* y cómo se explica posteriormente el estatus de los enunciados de identidad en «Sobre sentido y Referencia». En la *Conceptografía* Frege pretende

representar mediante el signo que nos ocupa la circunstancia de que dos nombres tienen el mismo contenido. En general, cuando un hablante usa un sistema simbólico su interés se centra en lo que los símbolos significan y no en los símbolos mismos. Los símbolos, podríamos decir, son transparentes, nos dirigen a través de ellos hacia sus referentes. La identidad, por el contrario, produce una disociación que hace que el símbolo se vea como tal, esto es, en su conexión con lo que significa. Decir que la identidad muestra la relación simbólica no equivale a decir que es meramente una relación entre signos *qua* signos. Si así fuera, el contenido de un enunciado de identidad sería trivial, algo que Frege rechaza con contundencia. «Lo primero que esto despierta», dice en §8, «es la impresión de que aquí se trata de algo que corresponde a la *expresión* solamente y no al *pensamiento*» y esto abundaría en la idea de la dispensabilidad del signo de identidad. E insiste: «Para aclarar la ineffectividad de esta apariencia, elijo el siguiente ejemplo tomado de la geometría. En una circunferencia hay un punto fijo A, alrededor del cual se hace girar un rayo. Cuando éste forma un diámetro, llamamos al extremo opuesto a A “el punto B asociado a esta posición del rayo”. Además, luego llamamos al punto de intersección de ambas líneas “el punto B asociado a la posición del rayo en cada caso”, que se produce a partir de la regla de que a variaciones continuas de la posición del rayo, deben corresponder siempre variaciones continuas de la posición de B. Por tanto, el nombre B significa algo indeterminado, mientras no se especifique la posición asociada del rayo. Así, se puede preguntar: ¿a qué punto se asocia la posición del rayo cuando éste es perpendicular al diámetro? La respuesta será: al punto A. Por tanto, en este caso, el nombre B tiene el mismo contenido que el nombre A; y, sin embargo, no se podría usar de antemano un solo nombre, ya que primordialmente la justificación de éste se da a través de la respuesta. El mismo punto se determina de dos maneras: 1. inmediatamente, por la intuición, 2. como punto B asociado al rayo perpendicular al diámetro». Un juicio de identidad tiene un contenido, del que Frege afirma que es «sintético en sentido kantiano». El contenido de un juicio de este tipo es «que en un caso particular se ve realmente lo mismo por medio de dos maneras de determinarlo». El tratamiento que se hace de la identidad en la conceptografía choca con lo que Salmon o Hacker y Baker afirman en los textos mencionados.

En este sentido, el signo para la identidad de contenido tiene una función diferente de la que tienen los otros signos que se contemplan en la *Conceptografía*: barra del juicio, barra del contenido, condicionalidad, negación y generalidad. El signo de la identidad del contenido es un signo auxiliar: nos

permite representar en una argumentación el hecho de que un mismo contenido puede aparecer lingüísticamente de diversas formas. El objetivo de la conceptografía es ayudar a la representación de las inferencias. Una vez que descubrimos que dos expresiones determinan el mismo contenido, nada cambia por lo que a la lógica se refiere si en una inferencia se sustituye un modo de presentarlo por otro.

La misma interpretación de la identidad se encuentra en *Los Fundamentos de la Aritmética* (1884), en el § 62, cuando explica la ecuación «el número que corresponde al concepto F es el mismo que corresponde al concepto G», y en el § 65, cuando explica la ecuación «La dirección de la recta a es igual a la dirección de la recta b».

En «Sobre sentido y referencia» vuelve de nuevo a plantear la cuestión acerca de qué tipo de función tiene la identidad con el propósito de introducir su posición semántica de dos factores. Decir, como hace el propio Frege, que en la *Conceptografía* la identidad es una relación entre signos encierra, como hemos visto, algo de verdad pero no es toda la verdad. Podría parecer que la alternativa es o bien ser una relación entre signos o bien ser una relación entre objetos. Si fuera entre signos, la información que un enunciado de identidad ofrecería sería puramente convencional, si fuera entre objetos la información sería nula pues todo objeto es idéntico consigo mismo y con ningún otro. En el primer caso el enunciado de identidad sería analítico, en el segundo expresaría una verdad necesaria y a priori. Los enunciados de identidad que interesan a la ciencia, Frege defiende, no son ni una cosa ni la otra. Se dice en 1892: «Una distinción puede darse únicamente en el caso de que la diferencia de signos corresponda a una diferencia en el modo de darse lo designado. Sean a, b, y c las rectas que unen los ángulos de un triángulo con el punto medio de los lados opuestos. El punto de intersección de a y b es entonces el mismo que el punto de intersección de b y c. Tenemos pues designaciones distintas para el mismo punto». E insiste Frege en la idea de que hay información genuina en un enunciado de identidad: «y estos nombres («intersección de a y b», «intersección de b y c») indican al mismo tiempo el modo de darse el punto, y de ahí que en el enunciado esté contenido auténtico conocimiento» (1892/1996, p. 173).

Tanto en la *Conceptografía* como en el resto de su obra la identidad muestra una relación a tres bandas: dos modos de presentación con el mismo contenido, usando la terminología de la *Conceptografía*. Si bien es cierto que la distinción *sentido* vs. *referencia* no aparece como tal hasta 1892, hay en la

Conceptografía una versión exacta de la misma para explicar la función que realiza el signo de identidad del contenido. La distinción se expresa en 1879 con el par *contenido* vs. *modo de determinación (del contenido)*.

Hay no obstante textos en los que Frege parece defender explícitamente que la interpretación objetual de la identidad. En «Comentarios sobre sentido y referencia» (Frege, 1998, p. 116) Frege caracteriza a la identidad como una relación de «primer nivel», y la explica haciendo referencia a conceptos y no a expresiones: «Decimos que un objeto *a* es igual a un objeto *b* [...] si *a* cae bajo todo concepto bajo el que *b* cae, y viceversa». Explicitar pues el tipo de relación que es la identidad nos obliga a hablar de modos de presentación, conceptos o expresiones que los representen y de objetos. En este contexto Frege afirma que la relación de identidad solo es pensable entre objetos, aunque puede definirse un análogo para conceptos (cfr. pp. 121–2). A estas alturas parece claro que lo que Frege está tratando de dilucidar en este texto de 1892–5 no es si la identidad es una relación objetual o metalingüística sino si la identidad es una relación de primer orden o de segundo. Su posición, estable a lo largo de su obra, es que es una relación de primer que se establece entre diversos modos de representarse un objeto y el objeto que se representa.

Naturalmente, Frege acepta también usos metalingüísticos de la identidad junto con estos usos sintéticos ya expuestos. Esto ocurre cuando usamos la identidad para introducir en un sistema lingüístico un signo de manera explícita. En este caso, la oración de identidad es analítica. Veamos en sus palabras el contraste entre los dos usos: «De aquí resulta que los nombres distintos para el mismo contenido no siempre son meramente una ociosa cuestión de forma, sino que atañen a la naturaleza del asunto cuando se conectan con diferentes modos de determinación. En este caso, el juicio que tiene por objeto la igualdad de contenido es sintético en sentido kantiano. Una razón más extrínseca para introducir un símbolo de la igualdad de contenido, consiste en que, a veces, es conveniente introducir una abreviación en lugar de una expresión extensa. De esta manera, se tiene que introducir la igualdad de contenido de la abreviatura y la forma original signifique, pues, que el símbolo A y el símbolo B tienen el mismo contenido conceptual, de modo que, en cualquier caso, se puede poner B en lugar de A» (*loc. cit.*).

§7. Frege: su lógica y su semántica

Ha llegado el momento de preguntarnos en qué se parecen el condicional, la negación, la generalidad y la identidad de contenido desde el punto de vista de

sus propiedades lógico-semánticas, con el objetivo de entender qué pretendía Frege con su proyecto de escritura conceptual. En el prólogo de la *Conceptografía* ya se dice que su sistema ayudara a entender qué es lo que esas nociones tienen en común: «Más aún, la demostración de la conexión entre los significados de las palabras sí, y, no, o, existe, algunos, todos, etc., merece atención» (Frege 1879/1967, p. 4).

Intentaremos contestar a la pregunta. En primer lugar, todas ellas son nociones funcionales, insaturadas como se explica en «Composición de pensamientos»: «Un pensamiento es, efectivamente, completo y saturado y no necesita para existir ningún complemento. Por eso los pensamientos no están pegados unos a otros a no ser que se conecten unos a otros mediante algo que no es un pensamiento. Tenemos derecho a conjeturar que esa conectiva es insaturada» (1923–26/1998, p. 249). En segundo lugar, los argumentos de estas funciones involucran conceptos. En tercer lugar, el papel de estas funciones no es representar ningún ingrediente de los contenidos juzgables, sino indicar cómo deben tomarse estos desde el punto de vista de sus relaciones lógicas con otros contenidos. La identidad es algo diferente en este punto, como hemos visto.

En resumen, el condicional indica que la afirmación de un contenido es incompatible con el rechazo de otro, o dicho de otro modo, que la afirmación de un contenido obliga a la afirmación de otro. En la negación expresamos el rechazo al contenido que es el argumento de la negación. En la generalización, monaria o binaria, asumimos un esquema para la afirmación de contenidos juzgables. En la generalidad monaria, nos comprometemos con la afirmación del resultado de sustituir un argumento por otros. En la generalidad binaria, indicamos que un concepto está subordinado a otro, y que por tanto si es un hecho que el primero pueda afirmarse de un argumento, es un hecho igualmente que puede afirmarse el segundo de ese argumento. En este caso de generalidad binaria, el condicional es meramente aparente e indica la relación entre los dos argumentos. En la identidad de contenido afirmamos explícitamente que dos modos de presentación o dos sentidos corresponden a un único objeto. Esta información puede ser producto del descubrimiento o de la estipulación y así Frege acepta al menos dos usos de los enunciados de identidad: un uso que añade conocimiento, el uso que hacemos de muchas identidades en la ciencia y en la vida cotidiana, y un uso que no añade conocimiento, el uso que hacemos de los enunciados de identidad en abreviaturas y definiciones. Y esto es así desde su primera obra a la última.

Una vez analizadas bajo esta luz las aportaciones que Frege, a lo largo de toda su vida, realizó al desarrollo de la lógica contemporánea varios aspectos de su proyecto se vuelven patentes. Entre otros que la lógica no trata con estructuras sino con contenidos y que los cálculos no establecen nuevas verdades, sino que ayudan a representar cadenas inferenciales. Podemos seguir sosteniendo, acertadamente, que la lógica es una ciencia formal. Lo es porque trata, no de afirmaciones, sino de transiciones. Pero si queremos ajustarnos a lo que Frege nos enseñó no podemos seguir diciendo que las propiedades lógicas son propiedades de estructuras sin interpretar. Los humanos tenemos actividad inferencial porque tenemos actividad lingüística. Esto no significa, como [PSG] muestra, que la lógica dependa de la gramática, pero sí significa que criaturas sin lenguaje no pueden desarrollar conceptos lógicos. El lenguaje va de la mano de un sistema conceptual sofisticado, ya que pensamiento y lenguaje son dos caras de la misma moneda. Y esto tampoco significa, como la discusión de [PCom] y el [PSG] ponen de manifiesto, que los lenguajes particulares sean estructuralmente un reflejo del pensamiento. La lógica muestra y representa relaciones de compatibilidad, implicación e incompatibilidad entre contenidos conceptuales, entre contenidos que derivan de nuestra actividad racional. Con esta perspectiva, el papel de las constantes lógicas se hace patente y se pone de manifiesto la conexión entre el proyecto lógico de Frege y las actividades inferenciales de los seres humanos.*

* AGRADECIMIENTOS.— Muchas de las ideas contenidas en este texto se han gestado a lo largo de los años en los diversos seminarios de investigación que he compartido con colegas y estudiantes del Departamento de Filosofía I de la Universidad de Granada. He presentado también algunas de estas ideas en el Máster Interuniversitario de Lógica y Filosofía de la Ciencia. Diversas personas han contribuido al desarrollo de estas ideas y a todas ellas estoy profundamente agradecida. Quiero mencionar expresamente a Kurt Wishin, cuyo papel de editor informado y experto ha permitido mejorar sustancialmente este trabajo, y a Ángela Rocío Bejarano, que leyó una versión anterior del mismo e hizo comentarios útiles e inteligentes.

El trabajo que ha dado lugar a este texto ha sido posible gracias a la financiación de la Unión Europea en la modalidad de una beca individual Marie Skłodowska–Curie Grant, Agreement No. 653056, y del Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España a través del Proyecto FFI2013–44836–P, Expresivismo, Naturalismo y Normatividad.

REFERENCIAS

- BELL, David (1979). *Frege's Theory of Judgement*. Oxford: Oxford University Press.
- BOLZANO, Bernard (1837). *The Theory of Science. Die Wissenschaftslehre oder Versuch einer Neuen Darstellung der Logik / Attempt at a Detailed and in the Main Novel Exposition of Logic with Constant Attention to Earlier Authors*. Editado y traducido por Rolf George. Berkeley–Los Angeles: The University of California Press, 1972.
- BOOLOS, George (1999). *Logic, Logic, Logic*. Introducción de John P. Burgess y edición de Richard Jeffrey. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- BRANDOM, Robert (1994). *Making it Explicit. Reasoning, Representing, and Discursive Commitment*. Cambridge, MA: Harvard University Press
- BRANDOM, Robert (2000). *Articulating Reasons. An Introduction to Inferentialism*. Cambridge, MA: Harvard University Press
- CARNAP, Rudolf (1947). *Meaning and Necessity, A Study in Semantics and Modal Logic*. Chicago, IL: The University of Chicago Press
- DEDEKIND, Richard (1888). «Was sind und was sollen die Zahlen?». En: *Gesammelte mathematische Werke*. Vol. 3. Braunschweig: Vieweg, 1932, pp. 335–391.
- DEDEKIND, Richard (1901). «Continuity and irrational numbers». En: *Essays on the Theory of Numbers: I. Continuity and irrational numbers, II. The nature and meaning of numbers*. Traducción autorizada por Wooster Woodruff Beman. Chicago: The Open Court Publishing Company, pp. 1–27.
- DUMMETT, Michael (1973). *Frege. Philosophy of Language*. New York: Haper and Row Publishers.
- FRÁPOLLI, María J. (2005). *Frank Plumpton Ramsey. Obra Filosófica Completa*. Edición, introducción y traducción. Granada: Comares
- FRÁPOLLI, María J. y VILLANUEVA, Nefthalí (2016). «Pragmatism. Propositional Priority and The Organic Model of Propositional Individuation». *Disputatio* 43: pp. 203–217.
- FRÁPOLLI, María J. y VILLANUEVA, Nefthalí (2015). «Expressivism, Relativism, and the Analytic Equivalence Test». *Frontiers in psychology*. DOI: 10.3389/fpsyg.2015.01788
- FREGE, Gottlob (1879). *Conceptografía. Los fundamentos de la aritmética. Otros estudios filosóficos*. Traducción de Hugo Padilla. Instituto de Investigaciones Filosóficas, Universidad nacional Autónoma de México, 1972

- FREGE, Gottlob (1884). «Los Fundamentos de la Aritmética». En: *Escritos Filosóficos*. Barcelona: Crítica, 1996, pp. 31–144.
- FREGE, Gottlob (1974). *Escritos lógico-semánticos*. Traducción de Carlos R. Luis y Carlos Pereda Madrid, Tecnos
- FREGE, Gottlob (1996). *Escritos Filosóficos*. Edición e introducción de Jesús Mosterín. Traducción de Ulises Moulines y Andrés Rivadulla. Barcelona: Crítica
- FREGE, Gottlob (1998). *Ensayos de semántica y filosofía de la lógica*. Edición, introducción, traducción y notas de Luis M. Valdés Villanueva. Madrid: Tecnos
- FREGE, Gottlob (1879). «Begriffsschrift, a formula language modeled upon that of arithmetic, for pure thought». En: *From Frege to Gödel. A source book on mathematical logic, 1879–1931*, editado por Jean van Heijenoort. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967. p. 1–82.
- FREGE, Gottlob (1880–1). «Boole's logical Calculus and the Concept-script». En: *Posthumous Writings*. Oxford: Basil Blackwell, 1979, pp. 9–46.
- FREGE, Gottlob (1879–1891). «Logic». En: *Posthumous Writings*. Oxford: Basil Blackwell, 1979, pp. 1–8.
- FREGE, Gottlob (1892). «On sense and meaning». En: *Collected papers on Mathematics, Logic and Philosophy*. Oxford: Basil Blackwell, 1984, pp. 57–177.
- FREGE, Gottlob (1914). «My basic logical insights». En: *Posthumous Writings*. Oxford: Basil Blackwell, 1979, pp. 251–252.
- FREGE, Gottlob (1915). «Logic in Mathematics». En: *Posthumous Writings*. Oxford: Basil Blackwell, 1979, pp. 203–250.
- FREGE, Gottlob (1918–19a). «Thought». En: *Collected papers on Mathematics, Logic and Philosophy*. Oxford: Basil Blackwell, 1984, pp. 351–372.
- FREGE, Gottlob (1918–19b). «Negation». En: *Collected papers on Mathematics, Logic and Philosophy*. Oxford: Basil Blackwell, 1984, pp. 373–389.
- FREGE, Gottlob (1923–6). «Compound Thoughts». En: *Collected papers on Mathematics, Logic and Philosophy*. Oxford: Basil Blackwell, 1984, pp. 390–406.
- FREGE, Gottlob (1923). «Logical generality». En: *Posthumous Writings*. Oxford: Basil Blackwell, 1979, pp. 258–262.
- FREGE, Gottlob (1979). *Posthumous Writings*. Edición de Hans Hermes, Friedrich Kambartel y Friedrich Kaulbach. Traducción de Peter Long y Roger White.

Oxford: Basil Blackwell.

- FREGE, Gottlob (1984). *Collected papers on Mathematics, Logic and Philosophy*. Editado por Brian McGuinness. Traducción de Max Black, V. H. Dudman, Peter Geach, Hans Kaal, E. H. W. Kluge, Brian McGuinness y R. H. Stoothoff. Oxford: Basil Blackwell.
- FREGE, Gottlob (1884). *The Foundations of Mathematics. A logico–mathematical enquiry on the concept of number*. Traducción de J. L. Austin. New York: Harper Torchbook, 1960.
- FREGE, Gottlob (1980). *Philosophical and Mathematical Correspondence*. Edición de Gottfried Gabriel, Hans Hermes, Friedrich Kambartel, Christian Thiel, Albert Veraart. Edición abreviada de la alemana de Brian McGuinness. Traducción de Hans Kaal. Chicago, IL: University of Chicago Press.
- GEACH, Peter y BLACK, Max (1960). *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*. Oxford: Basil Blackwell.
- HAACK, Susan. (1978). *Filosofía de las Lógicas*. Madrid: Tecnos, 1982.
- HAAPARANTA, Leila (ed.) (2009). *The Development of Modern Logic*. Oxford–Nueva York: Oxford University Press. DOI: 10.1093/acprof:oso/9780195137316.001.0001
- HACKER, Peter Michael Stephan y BAKER, Gordon Park (1984). *Frege: Logical Excavations*. Oxford: Basil Blackwell.
- KLIMA, Gyula (2005). «Syncategoremata». En: *Encyclopedia of Language and Linguistic*, editada por Keith Brown. Vol. 12. 2da. Ed. Boston: Elsevier Science, pp. 353–356
- KNEALE, William y KNEALE, Martha (1962). *The Development of Logic*. Oxford: Clarendon Press
- KRIPKE, Saul (1980). *Naming and Necessity*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- LINSKY, Leonard (1977). *Names and Descriptions*. Chicago, IL: University of Chicago Press.
- MARGALIT, Avishai (1978). «The «Platitude» Principle of Semantics». *Erkenntnis*, 13 (3): pp. 377–395. DOI: 10.1007/BF00160904
- PELLETIER, Francis Jeffrey (2001). «Did Frege believe in Frege's Principle?». *Journal of Logic, Language, and Information* 10: pp. 87–114. DOI: 10.1023/A:1026594023292

- PELLETIER, Francis Jeffry (2012). «Holism and Compositionality». En: *The Oxford Handbook of Compositionality*, editado por Markus Werning, Wolfram Hinzen, y Edouard Machery, Oxford–Nueva York: Oxford University Press. DOI: 10.1093/oxfordhb/9780199541072.013.0007
- PRIOR, Arthur N. (1963). «Is the Concept of Referential Opacity Really Necessary?». *Acta Philosophica Fennica* 16: pp. 189–98.
- PUTNAM, Hilary (1990). *Realism with a Human Face*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- RUSSELL, Bertrand y WHITEHEAD, Alfred North (1927). *Principia Mathematica*. Cambridge: Cambridge University Press.
- SALMON, Nathan U. (1986). *Frege's Puzzle*. Cambridge, MA: MIT Press.
- SANDU, Gabriel y HINTIKKA, Jaakko (2001). «Aspects of Compositionality». *Journal of Logic, Language, and Information* 10: pp. 49–61. DOI: 10.1023/A:1026530709583
- SCHIFFRIN, Deborah (1987). *Discourse Markers*. Cambridge: Cambridge University Press. DOI: 10.1017/CBO9780511611841
- SUNDHOLM, Göran (2009). «A Century of Judgment and Inference, 1837–1936: Some Strands in the Development of Logic». En: *The Development of Modern Logic*, editado por Leila Haaparanta. Oxford–Nueva York: Oxford University Press: pp. 263–317. DOI: 10.1093/acprof:oso/9780195137316.003.0028
- THIEL, Christian (2009). «Gottlob Frege and the Interplay between Logic and Mathematics». En: *The Development of Modern Logic*, editado por Leila Haaparanta. Oxford–Nueva York: Oxford University Press: pp. 196–202. DOI: 10.1093/acprof:oso/9780195137316.003.0020
- TARSKI, Alfred (1934/1983). «On the concept of logical consequence». En: *Logic, semantics, metamathematics*. Edición, introducción e índice de John Corcoran. Traducción de J. H. Woodger. Indianapolis: Hackett Publishing Company.
- VAN HEIJENOORT, Jean (ed.) (1967). *From Frege to Gödel. A source book on mathematical logic, 1879–1931*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- WARMBRÖD, Ken (1999). «Logical Constants». *Mind* 108 (431): pp. 503–538. DOI: 10.1093/mind/108.431.503
- WIGGINS, David (1965). «Identity Statements». En: *Analytical Philosophy*, editado por R. J. Butler. 2da. Ed. Oxford: Basil Blackwell, pp. 40–71.

WIGGINS, David (1976). «Frege's Problem of the Morning Star and the Evening Star». En: *Studien zu Frege II Logik und Sprachphilosophie. Studies on Frege II Logic and Philosophy of Language*, editado por Matthias Schirn. Stuttgart–Bad Cannstatt: Günthner Holzboog, pp. 221–225.

TASCHEK, William W. (1992). «Frege's Puzzle, Sense, and Information Content». *Mind* 101: pp. 767–791. DOI: 10.1093/mind/101.404.767

WITTGENSTEIN, Ludwig. (1996). «Notes on Logic». En: *Editing Wittgenstein's «Notes on Logic»* (Vol. 2), editado por Michael A. R. Biggs. *Working papers from the Wittgenstein Archives at the University of Bergen* 11: pp. 5–152.



MARÍA J. FRÁPOLLI, es Investigadora Marie Skłodowska–Curie en el University College London, Reino Unido, Catedrática de Lógica y Filosofía de la Ciencia en la Universidad de Granada, España, e Investigadora Principal del Proyecto «Naturalismo, Expresivismo y Normatividad» (Ref. FFI2013–44836–P). Doctora en Filosofía [≈ PhD] por la Universidad de Granada. Sus principales áreas de interés son la filosofía del lenguaje y la filosofía de la lógica. Ha publicado la monografía: *The Nature Of Truth* (Dordrecht: Springer, 2012); y editado, entre otros, los siguientes volúmenes: *Teorías Contemporáneas de la Verdad*, con J.A. Nicolás (Madrid: Tecnos: 2012); *Filosofía de la Lógica* (Madrid: Tecnos, 2007); *Saying, Meaning and Referring* (Gordonsville, VA: Palgrave–McMillan, 2007).

DIRECCIÓN POSTAL: Departamento de Filosofía I, Campus Cartuja, s/n, 18071, Universidad de Granada, Granada, España. e-mail (✉): frapolli@ugr.es

CÓMO CITAR ESTE TRABAJO: FRÁPOLLI, María J. «Reivindicando el proyecto de Frege. La prioridad de las proposiciones y el carácter expresivo de la lógica». *Disputatio. Philosophical Research Bulletin* 6:7 (2017): pp. 1–42.