¿Quién teme los juicios sintéticos a priori? Matemática, intuición y concepto

ADÁN SUS

> ¿Cómo es posible que la matemática, siendo un producto del pensamiento humano que es independiente de la experiencia, sea tan admirablemente ajustado a los objetos de la realidad?
> Einstein, 1921.

§1. Introducción

UNO DE LOS ASPECTOS MÁS CONOCIDOS del abordaje kantiano al problema del conocimiento y, tal vez, más denostados por la tradición analítica iniciada por los positivistas lógicos a principios del s. XX, es su tratamiento de la distinción entre juicios analíticos y sintéticos, su original defensa de la existencia de un tipo de juicios que a pesar de ser sintéticos son a priori, su calificación de ciertos enunciados fundamentales de las matemáticas y la física como pertenecientes a esta clase de juicios y su consecuente (y revolucionaria) fundamentación de la validez empírica de todo el conocimiento científico como descansando en la existencia de elementos sintéticos a priori.

En los más de dos siglos transcurridos desde la publicación de la *Crítica de la Razón Pura* (KrV) se han producido numerosas referencias a la citada discusión kantiana y, sobre todo, transformaciones muy relevantes en los términos de dicha discusión. Es legítimo preguntarse, pues, si la distinción original, o alguna emparentada con ella, sigue teniendo relevancia para cuestiones relacionadas con la fundamentación del conocimiento científico, en general, y el físico-matemático en particular. Mi respuesta a esta pregunta es afirmativa y en este artículo pretendo dar razones para justificarla. Por un lado, en gran medida, la discusión acerca de la distinción kantiana entre lo analítico y lo sintético, y derivádamente sobre la naturaleza del conocimiento matemático, parte de

A. Sus (✉)
Universidad de Valladolid, España
e–mail: adansus@uva.es

Disputatio. Philosophical Research Bulletin
Vol. 12, No. 25, Sept. 2023, pp. 1–34
ISSN: 2254–0601 | [SP] | **ARTÍCULO**

cierta lectura de algunos aspectos de la distinción que se estableció como hegemónica pero que, además de no ser la única posible, es cuestionable que sea la que haga mayor justicia a los conceptos introducidos por Kant. Ensayaré una interpretación alternativa, inspirada en la relectura de Kant que encontramos apuntada con distintos matices en algunos autores,[1] y argumentaré que ésta proyecta una nueva luz sobre algunas de las discusiones relacionadas con la distinción que se dieron en el s. XX que, si bien no proporciona una imagen irreconocible de dichos debates, al menos resalta de manera novedosa algunos aspectos de los mismos. Por otro lado, es importante tener en cuenta que entre las consecuencias de la lectura que se impuso, más allá de la asunción de un relato histórico según el cuál Kant habría sido refutado por ciertos avances producidos en la matemática y la física de los siglos XIX y XX, estuvo el bloqueo, al menos parcial, de ciertas vías interpretativas que podrían ayudar a desencallar algunos debates recientes que se dan en el contexto de la filosofía del espacio-tiempo. Así, en relación con la pregunta acerca de la relevancia presente de la distinción, se puede afirmar que algunas de las discusiones desarrolladas en los últimos años en la filosofía de la física, en particular las que tienen que ver con los intentos de dar cuenta de la naturaleza del espacio-tiempo y su relación con las leyes dinámicas en las teorías de la física, se beneficiarían de considerar seriamente, y no simplemente como una vía muerta, la posibilidad de lo sintético a priori, al menos si esto es entendido de cierto modo.[2]

Avancemos brevemente cuál será la principal línea argumental del presente artículo. La definición kantiana de juicio analítico, nominalmente aquel para el que el predicado está incluido en el sujeto, presenta un problema de interpretación que podría resumirse en la cuestión de cómo hay que entender la noción de "estar contenido en" y la determinación de qué sean sujetos y predicados admisibles de los posibles juicios analíticos. La interpretación que voy a favorecer aquí de dicha definición, y junto con ella la caracterización de la distinción analítico-sintético, pone el énfasis en cómo quede definido el concepto del sujeto del juicio: si es analítico, como lista de notas; si es sintético, como regla de construcción (nociones que se aclararán más adelante). En muchas de las discusiones recientes sobre la vigencia de la distinción analítico-

1 Véase (Hintikka, 1974 ; Martínez Marzoa, 1989; de Jong, 1995; Sus, 2016).

2 Algunos autores, en los últimos años, han explorado esta avenida interpretativa aunque de ningún modo puede considerarse que hayan conseguido establecerla como una alternativa que sea, habitualmente, tenida en cuenta en debates acerca de la naturaleza del espacio-tiempo. Ejemplo de ello son (Friedman, 2001; DiSalle, 2006; Sus, 2019).

sintético (originadas, en parte, en la crítica quineana a la distinción defendida por los empiristas lógicos) no se tiene plenamente en cuenta esta forma de interpretar la distinción kantiana; aun siendo cierto que hay aspectos de la discusión acerca de los efectos que la formulación axiomática de Hilbert tiene para la fundamentación de la geometría, discusión en la que participan autores como Poincaré, Frege o Russell, además del propio Hilbert, que están directamente relacionados con esa clave interpretativa. En cualquier caso, el no atender a las sutilezas implicadas en esta lectura de la distinción kantiana forma parte del folclore de afirmar, en su forma menos sofisticada, que la matemática es analítica y que con ello se ha refutado a Kant; tesis avanzada por los empiristas lógicos que, sin duda, impone cierta lectura de la historia de la filosofía pero que, además, como decía, puede tener efectos fatales para la comprensión de la naturaleza de los elementos a priori (o incluso de la cuestión de si los hay) en las ciencias naturales. En línea con lo dicho, el lugar común de que Quine acabó con la vigencia de la distinción analítico-sintético y que con ello se llevó por delante tanto a los empiristas lógicos como al propio Kant quedaría cuestionado a la luz de una interpretación más refinada de la distinción. Más allá de la importancia doxográfica que esta afirmación pueda tener, la cuestión más relevante es, insisto, hasta qué punto este lugar común dibuja el espacio interpretativo presente bloqueando posibles vías que se comprometerían con la posibilidad de lo no-analítico pero a priori. Mi impresión es que así es y que, por consiguiente, es necesario re-introducir la discusión sobre la distinción kantiana en el debate presente.

En la afirmación de analiticidad de la matemática suele aludirse a un aspecto fundamental de la distinción kantiana, a saber, que los enunciados de la matemática serían analíticos en la medida en que fueran verdaderos solo en virtud únicamente del significado de los conceptos, esto es, sin involucrar ningún elemento extra-conceptual (o intuición en los términos en los que la invoca Kant). Así el intento de caracterizar la matemática como analítica de los positivistas lógicos echa mano de este aspecto de la distinción kantiana para darle la vuelta – como es bien sabido, Kant desarrolla la diferencia entre los juicios sintéticos a priori y los analíticos (basada en último término en una diferente noción del concepto que ellos implican) utilizando el recurso a la intuición pura: solo en los primeros el paso del sujeto al predicado requiere de la "facultad" de la intuición. Los empiristas lógicos y otros críticos de la forma en que Kant establece la distinción aluden a esto para argumentar que puesto que (el establecimiento de) la verdad de los enunciados de la matemática, bien entendidos, no precisa de la intuición, estos son analíticos. Esto se hace, la mayoría de las veces, recurriendo a la herramienta hilbertiana de las definiciones implícitas que permitiría afirmar que el significado de los conceptos que forman parte de los axiomas de una teoría matemática quedan fijados mediante la asunción de la verdad de sus axiomas, verdad que, en la mayoría de los casos, se asume que puede entenderse como establecida de manera convencional. Como consecuencia de ello, la verdad de dichos axiomas dependería únicamente del significado de los conceptos (y de las mutuas relaciones entre ellos) y los teoremas se derivarían por mera manipulación de símbolos a partir de los axiomas. Esta es, a grandes rasgos, la forma en que se interpreta la afirmación de que la matemática es analítica por parte del positivismo lógico y sus herederos (cabe dudar de si, en efecto, es así cómo lo entenderían autores como Hilbert o Frege, por no nombrar a Helmholtz o Poincaré). Pues bien, una parte central de la tesis aquí defendida parte de lo siguiente: El requisito de analiticidad de los axiomas de la matemática parece implicar que el conjunto de los axiomas habría de fijar el significado de los términos. Una condición necesaria para que así sea es que esos axiomas sean consistentes. Para teorías lo suficientemente expresivas como la geometría, para la matemática en general, la demostración de la consistencia solo puede darse no sintácticamente sino a través de la construcción de modelos en los que los axiomas sean simultáneamente verdaderos. Esta referencia a modelos sería, a su vez, insuficiente para que los términos de los axiomas adquieran un significado único, debido a que sistemas axiomáticos suficientemente expresivos sufren de indeterminación de la interpretación (no-categoricidad). En consecuencia, encontramos la necesidad de recurrir a ciertos elementos intencionales para fijar el significado de los conceptos matemáticos, lo cual ejemplifica, en términos formales de acuerdo con la tesis que desarrollaré más adelante, un correlato del recurso kantiano a la intuición. Según esto, la afirmación ingenua de los positivistas lógicos de la analiticidad de la matemática estaría fundada, pues, en la asunción de ciertos requisitos formales (como la consistencia de los axiomas y la categoricidad) para las teorías en cuestión, cuya satisfacción requiere de recursos que comparten características significativas con lo que Kant denomina intuición y que involucran una noción de concepto emparentada con la idea de regla de construcción.

Antes de terminar con esta presentación inicial, parece necesario insistir en la pertinencia de la reflexión acerca de la referencia a la intuición en las cuestiones relacionadas con la fundamentación de la matemática. En Kant, se puede argumentar, la intuición juega un doble papel. Por un lado la noción de intuición pura es parte esencial en la estrategia kantiana para fundamentar el conocimiento matemático. Por otro, la intuición tiene en Kant el sentido de receptividad de la experiencia. Ambos sentidos de intuición, siendo nominalmente independientes, convergen para dar cuenta de la validez empírica de los enunciados matemáticos: estos serían expresión de la forma de la intuición y, en cuanto tales, a priori de todo conocimiento. Dicho de otro modo, para Kant la intuición, en sus vertientes pura y empírica, como se desarrollará más abajo, es un elemento esencial para dar cuenta del problema general de la aplicabilidad de la matemática a la experiencia. Véanse las palabras de Einstein que abren este artículo, escritas en 1921, para constatar la importancia que dicho problema adquiere tras el descubrimiento de las geometrías no-euclidianas y la formulación de las teorías de la relatividad. En consecuencia, cualquier propuesta de fundamentación de la matemática que prescinda de una noción de intuición, o una equivalente, tendrá que hacer frente a dicho problema de aplicabilidad. Esto se hace patente en las discusiones iniciales de los positivistas lógicos (Schlick y Reichenbach son prueba de ello, pero no la única). Mi impresión inicial es que este problema nunca está del todo bien resulto por estos autores y que eso lastra enormemente sus posturas en torno a la relación entre matemática y experiencia. Teniendo esto en cuenta, la pregunta que debe formularse es la de si existe un correlato de la noción de intuición que, despojado de su incómoda carga psicológica, pueda jugar ese papel bisagra entre la fundamentación de la matemática y su validez empírica. De esto nos ocuparemos en el presente artículo.

§2. La distinción kantiana

Ya en la Introducción de la primera edición de la *Crítica de la razón pura*, Kant presenta la distinción entre juicios analíticos y sintéticos partiendo de una caracterización de aquellos que pertenecen al primer tipo. Los juicios analíticos, nos dice Kant, son aquellos en los que el concepto del predicado está contenido en el concepto del sujeto (los sintéticos se definen, por contraste, como los que no cumplen esta condición). En los juicios analíticos, añade Kant, la conexión del sujeto con el predicado está pensada en términos de identidad o ausencia de contradicción. Como se indicaba arriba, la clave para interpretar esta definición de analiticidad, haciendo compatibles estos rasgos en principio distintos, radica en cómo entender qué quiere decir Kant con el “concepto del sujeto” (del predicado, alternativamente) y cómo concretar la relación de inclusión de uno con respecto al otro. La referencia a la identidad y la no-contradicción puede darnos una pista, pero sigue sin ser demasiado específica. Algo más aclaratorio puede ser lo que dice Kant un poco más adelante, que en los juicios analíticos el predicado no añade nada al sujeto, sino que en ellos el predicado "desintegra" el concepto sujeto en uno de sus conceptos parciales que ya estaban pensados "aunque de manera confusa" en el concepto sujeto (Kant, 1781/1789, A7).

Dejando de lado las componentes psicológicas del ser pensado de los conceptos, Kant apunta aquí a cierta noción específica del concepto-sujeto de los juicios analíticos: ha de ser tal que sea "desintegrable" en sus conceptos parciales, es decir, ha de ser identificado como un compuesto de tales conceptos parciales. Esta noción se ajusta perfectamente a la forma tradicional de entender la definición de un concepto como proporcionando una suma de notas que, a su vez, han de ser conceptos. Esto queda reafirmado por otras referencias que se hacen en KrV a los rasgos distintivos de los dos tipos de juicios. Leemos, por ejemplo, en la *Analítica Transcendental*, en la sección titulada *Del principio supremo de todos los juicios analíticos*, después de la afirmación de que la verdad del juicio analítico "siempre debe poder ser conocida suficientemente según el principio de contradicción" (A151/B191), en un pasaje en el que Kant intenta precisar en qué sentido debe entenderse la referencia a este principio para los juicios analíticos y evitar equívocos con otras interpretaciones no-analíticas de dicho principio, que cierta "proposición es analítica porque la nota forma parte, ahora, del concepto del sujeto, y entonces la proposición negativa resulta inmediatamente del principio de contradicción (…)" (A153/B192) Este pasaje es significativo porque vincula explícitamente la analiticidad del juicio con cierta forma de entender la determinación del concepto-sujeto (compuesto de notas); se afirma que la identidad (o no-contradicción) que entra en juego, en estos casos, es relativa a si las notas (o su negación) del concepto-sujeto son expresadas por el predicado. Todo juicio verdadero que no lo sea en virtud de que la relación entre sujeto y predicado (en la que el concepto-sujeto ha de entenderse como se ha dicho) se dé de esta manera específica será, de acuerdo con Kant, sintético. Solo quiero señalar que en esta caracterización queda ya patente que los juicios analíticos no pueden ser para Kant, de ningún modo, puesto que son vacíos, sustento o expresión de conocimiento. Si caracterizamos, de forma simple, el proyecto trascendental de la KrV como el intento de sacar a la luz los elementos constitutivos del conocimiento empírico, lo a priori o la forma de la experiencia (en términos más kantianos), debería quedar claro desde el principio que esto de ningún modo podrá expresarse mediante juicios analíticos. Los principios de la matemática y de la física en este esquema, en la medida en la que contengan estos elementos constitutivos, serán expresados por juicios sintéticos a priori.

Aunque esta caracterización kantiana de la analiticidad es de sobras conocida, tal vez no siempre se destacan suficientemente las consecuencias de esta forma de entender la diferencia entre lo analítico y lo sintético; como veremos más abajo, la tradición del positivismo lógico y las discusiones que a partir de ella se derivan no son demasiado cuidadosas en este punto, algo que tiene consecuencias perniciosas para el debate. Esta es, por otro lado, a grandes rasgos, la lectura de la distinción que propone Martinez Marzoa. En su *Releer a Kant*, por ejemplo, encontramos claramente este modo de entender la caracterización kantiana de juicio analítico y la tesis de que atender en términos generales a la cuestión de si el predicado está o no contenido en el sujeto, sin fijar previamente que la noción de concepto implicado es la de lista de notas, oscurece la comprensión de la distinción. La distinción analítico-sintético tiene que ver directamente, según esta lectura, con cómo se determina el concepto que es sujeto del juicio en cuestión y no con abstrusas especulaciones acerca de la pertenencia del predicado al sujeto.[3]

Ocupémonos, brevemente, de en qué consistiría para Kant la naturaleza de los juicios sintéticos. La pregunta clave para ello es la siguiente: Si los juicios analíticos quedan definidos por tener como sujeto un concepto dado por un agregado de notas, ¿cuál es la forma alternativa de concebir el concepto que operaría en los juicios sintéticos? La respuesta viene dada mediante la identificación del concepto con una regla de construcción. Esta noción, la de construcción, es esencial para entender cómo concibe Kant la operación que se da en los juicios sintéticos. Refiriéndose, por ejemplo, al conocimiento matemático, Kant nos dice que, a diferencia del filosófico, éste se da por construcción de conceptos. Y añade: "Construir un concepto significa: exhibir a priori la intuición que le corresponde." (A713/B741) Encontramos, además, aquí, un elemento clave en la distinción kantiana, que jugará un papel central en las discusiones posteriores: la referencia a la intuición. Quiero hacer notar, de momento, el modo específico en el que se introduce la referencia a la intuición para establecer la diferencia que nos ocupa; la intuición proporciona la *base material (o fáctica,* si se prefiere*)* sobre la que opera la regla que determina el concepto-sujeto de los juicios sintéticos. En el proceder analítico no hay construcción y, por ende, ninguna referencia a la intuición. Esto solo se produce en la síntesis, dejando claro que dicha intuición puede ser a priori o empírica y que, por lo tanto, la diferencia entre lo analítico y lo sintético del

3 Encontramos una interpretación de la distinción similar, en términos generales, en de Jong (1995), inspirada en la propuesta de Hintikka y basada también en al noción de descomposición de conceptos, que se contrapone a la interpretación dominante, sobre todo a partir de las discusiones del positivismo lógico, en términos de verdad conceptual.

juicio nada tiene que ver con si su justificación es de naturaleza empírica o a priori.

§3. Analiticidad y definiciones implícitas

Sería prácticamente imposible tratar de condensar en pocas líneas la evolución de las discusiones en torno a la interpretación de la distinción kantiana.[4] Me basta para los objetivos de este artículo, que son más propositivos que exegéticos, con poner el foco en algunos episodios que pueden servir como reflejo de cierto consenso alcanzado, al menos en algunos momentos y contextos académicos, con respecto a la distinción analítico-sintético. Empezaré pues con la descripción de una posición idealizada, que tal vez no haya sido defendida en todos sus puntos por ningún autor en particular, pero que refleja bien cierto estereotipo cercano a las posiciones que la mayoría de los positivistas lógicos sostuvieron con respecto a la distinción a partir de la mitad de la década de los 20 y que cristalizó, hacia mediados del siglo pasado, en la identificación de ciertos enunciados como analíticos. Posición que, por otro lado, puede considerarse cercana a la enmarcada por los dos dogmas del empirismo contra los que carga Quine en su famoso artículo de 1951 y, también, como representante de la asociación que Hintikka considera como ilusoria entre las nociones de analiticidad y la de verdad conceptual.[5]

Así, esta posición oficial del positivismo lógico, que esconde cierta tesis interpretativa sobre la distinción kantiana, se podría caracterizar de la siguiente forma. Los enunciados científicos verdaderos se dividen en analíticos y sintéticos. Los primeros se conocen o justifican a priori mientras que los segundos reciben su justificación empíricamente, es decir, a posteriori. Además, los enunciados analíticos, en particular los que expresan axiomas de las teorías lógicas y matemáticas, son verdaderos únicamente en virtud del significado de sus términos. Puesto que, a su vez, el significado de los términos primitivos de dichas teorías es implícitamente fijado por sus axiomas, se puede decir que los

4 Existen numerosas obras en las que le lector interesado puede rastrear, al menos partes de, esta historia. Buenos ejemplos de ello son Coffa, Friedman, Ben Menahem.

5 Véase (Hintikka 1974, pp. 135-136). En el capítulo titulado *Are logical truths analytical?*, Hintikka distingue esta noción, la de analiticidad como verdad conceptual, de otras dos que vincularían lo analítico con lo no fáctico, la primera, y con lo que puede ser probado por métodos analíticos. Además argumenta que los métodos de prueba de la lógica de primer orden, debido a que incrementan el número de individuos considerados inicialmente, no son analíticos y, en este sentido, la teoría de la cuantificación no será analítica. Aunque en el presente artículo no enfrento directamente la propuesta de Hintikka, como se verá más adelante, parte de su análisis es muy relevante para nuestra discusión.

enunciados de la lógica y la matemática son verdaderos por convención. En esta tesis se combinan dos componentes que no tienen por qué darse siempre simultáneamente: la afirmación del carácter analítico de los enunciados de la matemática y la lógica y cierta postura convencionalista que atribuye dicha analiticidad al hecho de que la verdad de los axiomas se determine por libre asunción, fijándose así el significado de los conceptos implicados. Según esta tesis, los axiomas serían analíticos debido a que la verdad de los mismos dependería exclusivamente del significado de los conceptos, que son precisamente aquellos que se determinan para hacer a los axiomas verdaderos.

En consecuencia con esto, se piensa que Kant estaba errado al considerar la posibilidad de enunciados que sean a la vez sintéticos y a priori y, más aún, al fundar su análisis de validez empírica (y por ende de conocimiento) en la existencia de juicios sintéticos a priori. El origen del error de Kant, en su mayor parte, tendría su origen en dos insuficiencias de su planteamiento inicial. Por un lado, en Kant encontraríamos una imprecisa y poco sofisticada caracterización de lo analítico (obsoleta a la luz de los desarrollos producidos en la matemática de el siglo XIX y principios del XX). Por otro, parte del problema radicaría, según esta postura, en que Kant asumiría algunos prejuicios, también hasta cierto punto relacionados con el estado del desarrollo de la teoría formal en su tiempo, acerca de la naturaleza del conocimiento matemático; muy especialmente en relación con todo aquello que tiene que ver con el papel otorgado a la intuición en dicho conocimiento. Así, diría esta tesis, si tenemos en cuenta las innovaciones formales de las décadas inmediatamente anteriores al momento en que escriben los positivistas lógicos es posible afirmar, sin ambages, que la lógica y la matemática son analíticas y que la pretensión kantiana de fundar el conocimiento matemático en juicios sintéticos a priori está, sin ninguna duda, equivocada. Por si esto fuera poco, prosigue la tesis, sabemos que la física desarrollada a principios del siglo XX puso de manifiesto no solo que el proyecto kantiano es teóricamente endeble, sino también que es empíricamente inadecuado. Si la matemática fuera a priori y fundada en la intuición, como Kant pretendía, la geometría espacial sería necesariamente euclidiana, lo cual es incompatible con nuestras mejores teorías físicas.

Hay tantas cuestiones problemáticas en lo afirmado en el párrafo anterior que es difícil saber por dónde empezar. Aunque quizás no sea lo más importante, podemos comenzar notando que la interpretación de Kant implícita en la crítica anterior no es, podríamos decir, la más caritativa posible, en particular, en lo referente a la función de la intuición y lo sintético a priori en el esquema kantiano. Pero más allá de la lectura de Kant, lo fundamental es hacer explícito qué noción de analiticidad está implicada en este posicionamiento. La caracterización dada arriba, que un enunciado es analítico si es verdadero solo en virtud del significado de sus términos, es claramente insuficiente; en un sentido laxo de "significado", cualquier enunciado es verdadero solo en virtud del significado de sus términos. Así que para evitar este tipo de interpretaciones triviales de esta definición, debemos especificar qué otra cosa se quiere decir con el término "significado". En gran medida, las críticas de Quine a la noción de analiticidad van dirigidas contra la posibilidad de caracterizar la distinción analítico-sintético, de forma no circular, a partir de la noción de significado. Diremos algo más sobre esto abajo, pero antes pensemos en cómo se pretende dar cuenta de la fijación de los términos de la lógica y la matemática mediante el establecimiento de definiciones implícitas, pues esto está en la base de la afirmación de que los enunciados de esas teorías son analíticos.

La discusión de la noción de definición implícita se remonta a las discusiones que se dieron, principalmente, en relación con la fundamentación de la geometría a raíz de la formulación de geometrías no-euclidianas.[6] Simplificando necesariamente una historia compleja, podemos decir que la noción se solidifica con la formulación axiomática de la geometría euclidiana por parte de Hilbert en 1899. Como consecuencia de dicha formulación, algunos autores defienden, el propio Hilbert al menos inicialmente de forma manifiesta y con más matizaciones después, que se puede considerar que los axiomas son definiciones (implícitas) de los términos geométricos que en ellos comparecen (términos como "punto", "recta", "entre", etc) y que esto impugna la necesidad, defendida por autores como Frege y Russell, de definir dichos términos con anterioridad a la formulación de los axiomas. Esta interpretación de la axiomática, pues hay que entenderla como una interpretación, tendría como consecuencia, además, que las referencias a la intuición para dar significado a los conceptos geométricos se revelarían como completamente innecesarias. La verdad de los axiomas fijaría, por tanto, el significado de los términos. Si además entendemos que dicha verdad, debido a que los términos no tienen significado previo a su participación en los axiomas, es asumida arbitrariamente, y, en este sentido, es convencional, nos encontramos con una

6 (Ben Menahem 2006), especialmente su capítulo 4, es un buen lugar para iniciarse en la enrevesada historia de este concepto. (Torretti 1978) presenta de manera magistral los proleamas centrales en torno a la fundamentación de la geometría propiciados por la formulación de las goemetrías no-euclidianas.

caracterización de la noción de analiticidad basada en la formulación de la tesis que Quine denominará “verdad por convención”.[7]

Pero indaguemos algo más en las razones que motivan la afirmación de que los enunciados de la matemática, entendidos como derivados a partir de los axiomas, son analíticos. Hay dos ideas que apoyan esta sentencia. La primera es su conexión con la noción de convención lingüística; la segunda tiene que ver con el vínculo entre lo analítico y los procedimientos de mera manipulación de signos, es decir, de carácter sintáctico. Empezando por la segunda, muchos autores, en su defensa de la analiticidad de la matemática, terminan recurriendo a la consideración de la verdad matemática como un mero juego con signos.[8] Sin embargo, parece claro que esta estrategia solo puede funcionar, como mucho, para dar cuenta de la derivación de teoremas a partir de los axiomas. Para estos últimos, no queda en absoluto claro en qué sentido se puede afirmar que su verdad sería cuestión únicamente de manipulación de signos. Y es aquí dónde se hace necesaria la referencia al carácter convencional de los axiomas: éstos, por sí mismos, no serían ni verdaderos ni falsos, pero se les podría considerar verdaderos debido a que no proporcionan más que definiciones implícitas de sus términos.

Uno podría pensar que, estirando el sentido de los términos, ambas ideas nos permitirían conectar la noción de analiticidad que se pone aquí en juego con la definición kantiana tratada anteriormente: para Kant, como se dijo, la analiticidad es una propiedad de un juicio en tanto que implica conceptos en el sujeto y en el predicado tales que entre ellos se dan relaciones de identidad (lo cual debe entenderse, para que la definición así formulada tenga sentido, en términos meramente sintácticos: la presencia o no de una misma nota en ambas posiciones). En último término, pues, si no atendemos a ninguna otra cosa, podríamos afirmar que lo que sustenta, de un modo propiamente analítico, la verdad de un juicio es la asunción de cierta definición para el concepto-sujeto. Dicho de otro modo, para que un juicio verdadero sea considerado como analítico se ha de asumir que el concepto-sujeto está definido de tal manera

7 Ben Menahem (2006) considera que esta etiqueta es desafortunada y puede llevar al equívoco. Los autores que, según ella, serían consecuentes en su covencionalismo, como por ejemplo Poincaré, no defenderían que las convenciones son verdaderas sino que éstas forman una clase distinta a la de las verdades, aunque sea cierto que sean parte de aquello que se asume para poder formular las verdades de una teoría. Entiendo que este matiz, que volverá a aparecer más adelante, no cambia en lo esencial la presente discusión.

8 En (Schlick 1918), por ejemplo, utiliza esta expresión de “juego con símbolos” para caracterizar la construcción de una ciencia deductiva.

que contiene como una de sus notas al concepto predicado. Por ello, insisto, el proceder analítico sería vacío para Kant: como tal, se abstrae hasta cierto punto el origen del concepto y, en este sentido, podría entenderse como meramente convencional. Dicho esto, hay que añadir que uso del termino convencional en este contexto puede ser, con razón, impugnado ya que parecería entrar en contradicción con el procedimiento analítico que, supuestamente, descompondría el concepto en las notas que, implícitamente, están ya "pensadas" en él. Por lo menos, requiere de alguna puntualización.

La lectura de la distinción kantiana que aquí se está defendiendo entiende lo analítico como una determinación del juicio que depende de la identidad de los conceptos implicados. Desde esta perspectiva, la identificación de un juicio como analítico supone el tomar como dada cierta definición del concepto-sujeto sin cuestionar cuál es su origen o viabilidad (que podría revelarse como imposible, como en el ejemplo que usa Kant del triángulo biobstusángulo), sin que ello quiera decir que ésta no esté sustentada por prácticas científicas ya asentadas; lo que caracterizaría a ciertos juicios como analíticos sería que para el establecimiento de su verdad no nos ocuparíamos del origen de tales conceptos, algo que sería propio del procedimiento sintético. En esto, en asumir la perspectiva de cierta definición por *fiat*, sin prejuzgar que pueda estar más o menos motivada, el procedimiento podría ser análogo a asumir una convención. Así, uno podría pensar que estos dos rasgos de la analiticidad de nuestra versión idealizada del positivismo lógico se encuentran ya, de manera larvada, en la definición de Kant. No obstante, como veremos más adelante, la plasmación que de estas dos dimensiones de la analiticidad (su carácter, digamos, convencional y mecánico) se hace en la doctrina de la definiciones implícitas es altamente problemática. Como avance, no hay más que ver que la noción de convencionalidad que allí se está manejando, lejos de considerarse como trivial, se entiende como dotando de significado a los conceptos geométricos.

§4. Problemas de la noción de analiticidad del positivismo lógico

Basándonos en la discusión anterior, podemos identificar dos elementos centrales en la caracterización de analiticidad que se sustancia con los positivistas lógicos: derivabilidad por manipulación de signos y convencionalismo. El objetivo, en esta sección, es poner de manifiesto algunos problemas que estos dos aspectos de la noción de analiticidad llevan asociados.

Vayamos con el primero. Un enunciado sería analítico si, a través de ciertas manipulaciones admisibles, puede ser derivado de otro que es analítico. Las operaciones admisibles tendrían que ser tales, pues, que preservaran analiticidad. Una parte de la reconocida crítica de Quine a la distinción analítico-sintético, de la que diremos algo más en la Sección 6, la contenida principalmente en *Two dogmas*,[9] se dirige a poner de manifiesto que dichas operaciones no pueden ser del tipo "sustituir términos por otros que sean sinónimos" porque cualquier intento de delimitar una noción de sinonimia presupone la noción de analiticidad que intentamos definir. En consonancia con esto, Paul Boghossian (1996) defiende que la noción de analiticidad que se encuentra específicamente en el punto de mira del famoso artículo de Quine es la denomina *Frege-analiticity*, básicamente la idea de caracterizar un enunciado como analítico si puede transformarse a partir de la sustitución de sinónimos por sinónimos en una verdad lógica. Se puede decir que el consenso a favor de la eficacia de la crítica de Quine es bastante generalizado.[10]

Uno podría pensar, no obstante, que si fuera posible derivar mediante manipulaciones meramente sintácticas un enunciado a partir de otro que fuera (de manera inmediata, si se quiere) analítico entonces se tendría un enunciado analítico, evitando así la problemática noción de sinonimia. Los candidatos

9 (Quine, 1951)

10 Las cosas no son tan sencillas. Boghossian (1996) defiende que una noción metafísica de analiticidad no es tan siquiera inteligible, pero propone una noción epistémica que puede sustentar la justificación a priori de ciertos enunciados. García-Carpintero y Pérez Otero (2009) contra-argumentan que hay cierta noción de analiticidad metafísica que es perfectamente inteligible si se distingue entre proposiciones platónicas y proposiciones interpretadas; las segundas son aquellas cuya verdad, en ciertos casos relevantes, puede ser asumida mediante decisiones semánticas, lo cual permitiría afirmar que el significado de los conceptos quedaría determinado convencionalmente a partir de dicha decisión y daría contenido a una noción de analiticidad metafísica. En cualquier caso, eso significaría que habría margen para definir una noción de analiticidad por convención más sustantiva que la mera estipulación terminológica no discriminativa que entra en juego en las definiciones explícitas y que, según se defendió arriba, sería análoga a la noción de juicio analítico de la distinción kantiana original bajo la segunda interpretación. Tal y como los autores lo presentan, lo que daría contenido a esta noción de analiticidad, permitiendo de esta manera escapar la crítica de Boghossian, tendría que ver con el hecho de que, en algunos casos, es la asunción de ciertas intenciones de los hablantes lo que asigna convencionalmente un significado a un término. Es evidente que esta dimensión, digamos, pragmática del significado queda totalmente fuera de las consideraciones kantianas. Desde este punto de vista, uno podría pensar que los elementos que intervienen en la fijación de significado en estos casos juegan un papel análogo, aunque referido a ciertas prácticas semánticas, al jugado por la intuición en el análisis kantiano (se dirá más sobre la noción de intuición en las secciones siguientes). En cualquier caso, si esto, en último termino, constituye una buena noción de analiticidad merecería ser objeto de más atención de la que aquí puedo prestarle.

naturales a ser analíticos en este sentido inmediato o primitivo son los enunciados de la lógica y, quizás también, de la matemática. Quine también problematiza esta idea desde sus primeros artículos, en los que su postura anti-convencionalista no está aún del todo definida. Un texto en el que ya se cuestiona, principalmente, la posibilidad de una caracterización sintáctica de analiticidad o, dicho de otro modo, el que se pueda determinar convencionalmente la verdad de ciertos enunciados de manera significativa (no-trivial) es *Truth by convention*. Ahí se pone de manifiesto que mediante el procedimiento de sustituir unos términos por otros que por definición (explícita) se han decretado como equivalentes, como mucho podríamos declarar analíticos a los enunciados equivalentes a verdades lógicas, condicionalmente a que éstas puedan ser consideradas como analíticas. Pero esto último, como veremos, es problemático por distintas razones, algunas de las cuales se apuntan, aunque no se desarrollan del todo, en el citado artículo de Quine. Además, aún concediendo la analiticidad de la lógica, dicho procedimiento por si solo no garantizaría que la matemática fuera analítica. Y por último, argumenta Quine, el intento de establecer directamente la analiticidad de la matemática desembocaría en una forma de entender esta noción que implicaría su aplicación al resto de enunciados, incluyendo también a los empíricos. No hace falta decir que esta última posibilidad es letal para el intento de establecer una distinción analítico-sintético que sea sustantiva.[11] En definitiva, una noción de analiticidad como derivabilidad sintáctica, o bien tiene un alcance muy restrictivo (dejando fuera, sin lugar a dudas, la matemática) o bien hace descansar totalmente el peso de la noción de analiticidad en la supuesta analiticidad primitiva de los enunciados matemáticos.

Profundicemos pues en la segunda cuestión, la relativa a la analiticidad no-derivada de ciertos enunciados. El argumento a favor, como se indicó arriba, está basado en la doctrina de la verdad por convención aplicado a los enunciados que definen implícitamente términos primitivos: en la medida en la que podamos decretar que un conjunto de enunciados lógicos (y quizás también matemáticos) son verdaderos con independencia de qué significado tomen sus términos no-lógicos y sea cierto que dicha asunción determina el significado de los términos lógicos (o matemáticos) fijos, será legitimo afirmar que dichos enunciados son analíticos en el sentido de que su verdad depende únicamente del significado de sus términos. ¿Qué podemos objetar a esta elucidación de analiticidad?

11 En la Sección 6 se volverá sobre algunos de los argumentos de (Quine 1936)

En la formulación anterior, se señalan dos condiciones que deben cumplirse: que todos los enunciados del sistema puedan ser considerados como simultáneamente verdaderos y que esto determine el significado de los términos. Llamaremos a estas condiciones, por mor de la simplicidad, consistencia y fijación de significado.

Dado un conjunto de enunciados, supongamos que éstos conforman los axiomas de una teoría lógica o matemática, ¿es legítimo asumir que puedan ser declarados verdaderos por decreto? Esta cuestión está directamente relacionada con la noción de consistencia. Si es así, debemos preguntarnos, entonces, acerca de qué noción de consistencia está aquí en juego. Por un lado, tenemos la idea de que un sistema de enunciados es consistente si no es posible derivar de él una contradicción (un enunciado y su negación); por otro, de acuerdo con una acepción semántica, el sistema será consistente si es posible construir un modelo del sistema en el que todos los axiomas sean simultáneamente verdaderos. Parece razonable asumir que tanto una como otra son condiciones necesarias para que los enunciados puedan ser declarados verdaderos. Además, como es de sobras conocido, el segundo teorema de Gödel establece que un sistema formal lo suficientemente expresivo como para albergar la aritmética elemental no puede probar su propia consistencia. La pregunta que nos interesa ahora, pues, es hasta qué punto el requisito de que se pueda probar la consistencia de un sistema axiomático, más allá de que el sistema sea consistente, es necesario para declarar a sus enunciados como analíticos.

La razón para considerarlo así es la siguiente: la asociación de la noción de analiticidad con las verdades lógicas (y matemáticas) descansa en la idea de que éstas son convenciones que definen los términos lógico/matemáticos implicados. Si la consistencia es una condición necesaria para que los axiomas del sistema puedan ser tomados como verdaderos, uno podría pensar que atender a si la consistencia puede probarse y a cómo pueda probarse es innecesario o, dicho de otro modo, que exigir la probabilidad de la consistencia es demasiado fuerte.[12] No obstante, no hay que perder de vista que lo que está en juego al considerar ciertos enunciados como analíticos, desde el punto de vista convencionalista, es el cómo se determinan los significados de los conceptos implicados; el requisito es, en definitiva, que tales significados se fijen por el acto convencional de declarar los axiomas verdaderos. Así, el hecho de que existan restricciones para que tal declaración sea efectiva pone en cuestión el relato central de la verdad por convención: en ese caso, difícilmente

12 Como señala Ben Menahem (2006, p.162), algunos autores no parecen tomar el requisito de consistencia como demasiado amenazante para una concepción formalista de la matemática.

se podrá defender que el acto de declarar verdaderos los axiomas fija el significado de los conceptos. Tal vez uno podría escapar a esta objeción si fuera posible probar sintácticamente la consistencia del sistema de axiomas, pues en ese caso se podría argumentar que lo único que se está haciendo en la prueba es constatar que no hay contradicciones entre las distintas verdades asumidas convencionalmente, pero esta posibilidad, como consecuencia del mencionado teorema de Gödel, se limita a sistemas lógicos poco expresivos y deja fuera, sin ninguna duda, a la matemática (más sobre esto abajo). En definitiva, la exigencia de consistencia es un primer escollo para considerar que los axiomas de teorías con suficiente expresividad como para caer bajo el alcance del teorema de Gödel son analíticos.

Antes de insistir en la posibilidad de salvar la analiticidad mediante una noción de consistencia semántica, recordemos de nuevo la perspectiva introducida por nuestra interpretación de la distinción kantiana. ¿No sería posible, recomendable incluso, decir que uno puede considerar los axiomas de los sistemas formales como analíticos en la medida en que no se tengan en cuenta la cuestiones relativas a su consistencia? ¿No decíamos allí que, bajo esa interpretación de la distinción kantiana, es precisamente en eso en lo que consistiría kantianamente el proceder analítico? En efecto, así es. Pero eso de poco servirá a los defensores convencionalistas de la analiticidad matemática, pues es justamente si uno toma los axiomas en ese sentido meramente sintáctico, sin atender a las condiciones que permiten declararlos verdaderos, cuando uno deja de interpretar el sistema propiamente como una teoría matemática; se despreocupa de la cuestión de cuál pudiera ser, si es que lo hubiera, el significado de los conceptos implicados. La situación es comparable a los ejemplos kantianos[13] que refuerzan la idea de que los enunciados, entendidos analíticamente, es decir, involucrando meros conceptos, son indiferentes a que los conceptos implicados sean de hecho construibles (sean posibles) y, por ende, a que los juicios que los tienen como sujetos puedan ser o no verdaderos. Si esto es lo que los convencionalistas querían captar con la noción de analiticidad, no hay ningún problema con ella siempre y cuando no se pretenda aplicarla a las verdades lógico-matemáticas.[14]

13 Martinez Marzoa (2004) menciona, como ejemplos de meros conceptos que son, de hecho, imposibles, el triángulo biobtusángulo o el decaedro regular.

14 Es relevante destacar que una autora como Ben Menahem, al insistir en que el convencionalismo bien entendido es incompatible con la idea de “verdad por convención” parecería estar de acuerdo con interpretar de esta forma las posiciones de autores como Poincaré o alguna versión de Carnap. El problema entonces es cómo compatibilizar esta lectura con las pretensiones, que encontramos sin duda

La mayor esperanza, pues, de salvar, de momento, la analiticidad de los axiomas matemáticos radica en la posibilidad de probar la consistencia semánticamente, renunciando así al vínculo entre analiticidad y mera sintaxis. Se podría argumentar que mostrando la consistencia de este modo constataríamos que los axiomas pueden ser tomados como verdaderos y al mismo tiempo quedarían determinamos los objetos que los hacen verdaderos. Así, solo los axiomas fijarían el significado de los términos. Esto último no es del todo cierto, y necesita ser matizado con lo que se dirá abajo, pero incluso si lo fuera es muy cuestionable que el resultado sirviera, por si solo, para reivindicar la analiticidad de la matemática. Recordemos que una motivación central para que los positivistas lógicos quieran declarar la matemática como analítica proviene de su convicción de que el significado de los conceptos matemáticos nada tiene que ver con la intuición; a veces se expresa esto, aludiendo despreocupadamente a la axiomática de Hilbert, diciendo que el significado de los conceptos matemáticos tiene que ver con el mero juego de símbolos, lo cual nos lleva de nuevo a la idea de determinación sintáctica. Uno puede discutir sobre qué determinaciones mínimas tiene la noción kantiana de intuición, pero lo que parece indiscutible es que en Kant intuición designa a aquello que, en la justificación del juicio, desborda al mero concepto. Si las condiciones de verdad de los axiomas de la matemática pasan por la existencia de ciertos modelos en los que los axiomas son verdaderos, parece que estamos renunciando a que la determinación del significado se dé simplemente y sin más por las relaciones entre conceptos; o al menos nos obliga a preguntarnos qué tipo de conceptos está implicado para que su mutua relación determine su significado.[15] Aquí es dónde las distinción entre las nociones semántica y sintáctica de consistencia, más que aclarar algo, parece enturbiar la discusión convirtiéndola en una cuestión meramente terminológica.

Intentemos aclarar algo más esto. Imaginemos que podemos probar la consistencia de los axiomas mediante la construcción de un modelo para el que son simultáneamente verdaderos y que, además, se trata del único modelo (sin contar isomorfismos) que cumple esta condición. Esta parecería la situación más favorable para el defensor de la analiticidad: el requisito de consistencia

en Carnap, de declarar a la matemática como analítica.

15 La respuesta kantiana a este problema ya la hemos mencionado, aludir a los conceptos en tanto que reglas de construcción. Pero esta respuesta requiere de lo que Kant llama intuición y deriva en la declaración de la matemática como sintética. En la parte final del artículo siguiente se indagará más sobre la referencia velada del positivismo lógico a elementos que comparten al menos función, y quién sabe si algo más, con la intuición kantiana.

(dejando de lado de si lo llamamos semántico o sintáctico) parece fijar el significado de los conceptos, pues la asunción de los axiomas determina un único modelo en el que éstos son verdaderos. (Incluso podríamos conceder que la consistencia de los axiomas se pueda probar sintácticamente en un metalenguaje, reforzando así la sensación de que los axiomas son verdaderos en virtud del significado de los términos, queriendo esto decir que está determinado por la asunción de dichos axiomas. Más sobre esto abajo.) Como se discutirá en la próxima sección, esto sigue siendo problemático para la vinculación, asumida, de lo analítico con la ausencia de elementos extra-conceptuales en la determinación de la verdad; en último término, dependerá de qué, sea en la construcción de modelos o en la prueba meta-lingüística de consistencia, esté implicado en el supuesto de la consistencia o verdad simultánea de los axiomas. De esta manera, incluso si consideramos que la matemática es analítica porque se puede axiomatizar mediante un conjunto de enunciados consistente sintácticamente (ahora en sentido amplio), tendríamos que admitir que esto no excluye que lo que entra en juego en la determinación de la verdad de los axiomas no se agota con el mero concepto. Más allá de la decisión terminológica, esto parece estar muy lejos de afirmar que la verdad matemática tiene que ver con mero juego de signos. Discutiremos en qué sentido específico se apunta aquí a un elemento relacionado con la intuición.

Por si fuera poco, aun asumiendo que se cumplen las condiciones necesarias para la verdad de los axiomas, está claro que éstas no son suficientes para fijar el significado de los conceptos. Para ello sería necesario o bien que la consistencia fijara una única interpretación o tener criterios más allá de la consistencia para determinar una de las interpretaciones admisibles. Si esto es así, de nuevo, no parece razonable afirmar que el significado de los conceptos se define únicamente por la referencia a otros conceptos sin recurrir a nada "externo". Y recordemos que ésta era una motivación esencial para rechazar la afirmación kantiana de la no-analiticidad de la matemática; motivación que, a la luz de lo dicho, se desvanece.

§5. La defensa carnapiana de la analiticidad

Como consecuencia de lo dicho en la sección anterior, existen dos retos ineludibles que el defensor de la analiticidad (convencionalista) de la matemática ha de enfrentar: la aparente imposibilidad de probar la consistencia desde el propio sistema de axiomas y la posible no-unicidad de interpretaciones de los axiomas, lo que se conoce como no-categoricidad. En distintos momentos de su dilatada carrera, Carnap defiende la analiticidad de la matemática aun siendo consciente de la existencia de estas dificultades. Parece legítimo, pues, preguntarse por las razones de Carnap para, a pesar de estas críticas, apoyar la noción de analiticidad. En distintas obras,[16] Carnap combina en dicha noción dos componentes, análogos hasta cierto punto a los requisitos de consistencia y fijación de significados discutidos arriba: la expresabilidad sintáctica de los axiomas y el requisito de que el sistema de axiomas (que denominará L-rules) determine, y en este sentido constituya, el significado de los conceptos. Es revelador observar cómo esta noción carnapiana de analiticidad hace frente a las críticas anteriores y qué implicaciones interpretativas se derivan del intento de hacerla inmune a las mismas.

En relación con lo primero, la perspectiva de expresar sintácticamente los axiomas, el problema vendría dado, como se ha indicado arriba, por las consecuencias del segundo teorema de Gödel. Podemos sintetizarlo del siguiente modo: la consistencia del sistema de axiomas es condición necesaria para que la asunción de los mismos fije el significado de los términos (en caso de inconsistencia, podría derivarse cualquier enunciado a partir de los axiomas). Además, la pretensión carnapiana de expresar las verdades matemáticas sintácticamente requeriría que la consistencia pueda ser demostrada de este modo; de otra manera, nuestra confianza en la consistencia tendría que provenir de algo que no está plenamente contenido en la expresión sintáctica de los axiomas. Como el teorema de Gödel bloquea la posibilidad de dicha prueba, la postura de Carnap queda comprometida.[17] Es importante tener en cuenta, como señala Ben Menahem,[18] que Carnap, aunque no hubiera podido leer el texto en el que Gödel hace explícita esta consecuencia de su teorema, era perfectamente consciente de las implicaciones que éste tendría para su convencionalismo y, como decía arriba, a pesar de ello, considera que no ofrecen una amenaza seria para su propuesta. ¿Cuáles son las razones de Carnap? Éstas convergen en lo siguiente: A pesar de las consecuencias del segundo teorema de Gödel, Carnap piensa que la sintaxis de una teoría matemática, aquella que es relevante para considerarla analítica, debe ser formalizada en un metalenguaje; y en dicho lenguaje sí que sería posible probar su consistencia. Esto, según Carnap, sería suficiente para

16 De manera más sitemática, aunque matizada en obras posteriores, en *Logical Syntax of Langiage* (Carnap 1936).

17 Tanto Gödel (1995) como Beth (1963) presentan críticas en este sentido en sus artículos compuestos para el volumen de the *Library of Living Philosophers* dedicado a Carnap (Schilpp, 1963), aunque el de Gödel, no satisfecho con su texto, no llegara a publicarse.

18 Para esta discusión sigo de cerca el análisis de (Ben Menahem 2006, pp. 177-217).

sustentar que la posición de un sistema de axiomas a partir de los cuales se deriva una teoría matemática, cuya consistencia se demuestra “sintácticamente” en el metalenguaje, es convencional en el sentido de que implica la asunción conjunta de los axiomas (de un marco lingüístico), lo cual, “sintácticamente”, determina el significado de los conceptos matemáticos.

Hay que preguntarse si es ésta una buena salida para defender los objetivos de Carnap. Gödel ya señala en el artículo citado arriba que, para probar en el metalenguaje la consistencia de los axiomas de una teoría matemática, es necesario asumir la misma matemática que se está axiomatizando. El riesgo de circularidad, pues, es evidente y para escapar de él, como señala Ben Menahem (2006, pp. 208-209), no parece que la opción de renunciar al requisito de la consistencia y conformarse con una condición más débil como, por ejemplo, la conveniencia (como parecen sugerir otros autores) pueda satisfacer a Carnap. Por ello, y porque el peligro de enmarañarse en una discusión terminológica sobre el sentido de lo sintáctico es alto, parece recomendable intentar interpretar la respuesta de Carnap de otro modo. Pero antes de ir a ello, puesto que su abordaje apunta a la misma vía interpretativa, hagamos explícitas las implicaciones del segundo reto para la noción de analiticidad de Carnap, el dirigido a la cuestión de la unicidad de las interpretaciones del sistema de axiomas.

Expresado de forma simple, el segundo problema es el siguiente: incluso si el sistema de axiomas de una teoría matemática es consistente, no está garantizado que no haya diversas interpretaciones de los axiomas que no estén relacionadas mediante isomorfismos. El andamiaje formal de esta afirmación viene dado por el teorema Löwenheim-Skolem, que tiene como consecuencia que para formalizaciones expresadas en el lenguaje de la lógica de primer orden, existen siempre interpretaciones *no-standard* de los axiomas. Esto, aplicado al caso de la formalización de la matemática, implica que si el lenguaje en el que formalizamos los axiomas es de primer orden, tendremos una diversidad de interpretaciones no isomorfas. En ese caso, hay pocas dudas al respecto, no parece posible afirmar que los axiomas fijan el significado de los conceptos matemáticos.[19] De nuevo, Carnap puede intentar eludir esta consecuencia diciendo que en la medida en que la sintaxis se exprese en un metalenguaje de segundo orden, eso será suficiente para fijar intencionalmente una interpretación determinada. Y de nuevo, ante esta escapatoria “formal” al problema de la indeterminación de los significados, hay que preguntarse si ella

19 En esto precisamente consiste la crítica de (Beth 1963).

puede, y de qué manera, servir a la pretensión carnapiana de declarar a la matemática como analítica.

Es útil en este punto insistir en la distinción de los dos aspectos antes mencionados como componentes de la caracterización de analiticidad de Carnap, pues con ello seremos capaces de hacer explícitos qué compromisos hay que contraer para dar respuesta a los problemas mencionados y, en consecuencia, qué aspecto de la propuesta es posible salvar. Estas dos tesis, que desde la perspectiva de la diferencia analítico-sintético, delineada al principio del artículo, parecen tirar en sentidos opuestos, reciben distinto tratamiento y peso relativo en distintas etapas de la obra de Carnap. Por un lado, el impulso de dar cuenta de la noción de verdad lógico-matemática en términos sintácticos. Por otro lado, está la idea de que hay ciertas reglas en los lenguajes que son constitutivas del significado de sus términos y que, en principio, estas reglas, en cierto modo convencionales, serían las que deberían considerarse como enunciados analíticos. La tensión entre estas dos tesis proviene de que poner el foco en la noción de sintaxis parece presuponer que es posible prescindir de la noción de significado y, con ello, que se puede determinar con independencia de sus aplicaciones si los conjuntos de axiomas son compatibles. Esto, a su vez, lleva asociada una idea de convención entendida como libre asunción de enunciados. Una vez se interiorizan las consecuencias de los teoremas de Gödel, no solo se ha de aceptar que la noción de convención que opera en la formulación de los axiomas matemáticos ha de ser de otra naturaleza, sino también que es altamente problemático afirmar que los significados se determinan sintácticamente. En Carnap esto se manifiesta en la referencia al metalenguaje o a determinaciones intencionales de la interpretación de los axiomas. No obstante, esto no tiene por qué ser incompatible con la segunda tesis, la de la constitución de los significados, siempre y cuando se limiten, o se esté dispuesto a transformar, las nociones de sintaxis y convención (en realidad, dado el papel controvertido que juega, parecería recomendable desterrar de esta discusión la noción de "sintaxis"). La consistencia impone restricciones a la posibilidad de elegir axiomas (algo que solo se puede probar semánticamente); la no-categoricidad obliga a determinar la interpretación de los axiomas teniendo en cuenta elementos extra-sintácticos. En definitiva, podríamos salvar el esquema de Carnap si estuviéramos dispuestos a renunciar a (o modificar radicalmente) el concepto de sintaxis y a dar contenido al componente intencional que interviene en la fijación de significados. Aludir al metalenguaje, como hace Carnap, aunque ilumina la estructura formal del problema, parece insuficiente para mantener una noción de analiticidad fuerte; o cuanto menos, nos obliga a hacer explícito qué estaría implicado en una noción de analiticidad que renunciara a la idea de convención como estipulación arbitraria y permitiera elementos extra-sintácticos en la determinación de la verdad de los enunciados que caen bajo ella. Probablemente, a algo que se parecería muy poco al concepto original.

§6. El alcance de la crítica de Quine

La noción convencionalista de analiticidad, presentada aquí como característica del positivismo lógico y defendida en particular por Carnap, aunque con algunos matices, ha sido sometida a críticas muy diversas. Como se sugería en la Sección 4, probablemente Quine haya sido su crítico más influyente. Las objeciones de Quine, desarrolladas a lo largo de varias décadas, se dirigen contra distintos aspectos de la noción de analiticidad: desde la posibilidad de generar enunciados analíticos sustituyendo unos términos por otros que son sinónimos en los enunciados primitivamente analíticos (sean estos lógicos o matemáticos) hasta la pretensión de determinar un conjunto de enunciados que serían convencionalmente analíticos por definir implícitamente sus términos. Parte de la crítica de Quine, en particular la dirigida contra las definiciones implícitas, converge con las presentadas en la sección anterior. No obstante, la situación es más compleja debido, sobre todo, a que la crítica quineana se presenta combinada con algunas de sus tesis propositivas: la infradeterminación de la teoría por la experiencia, la indeterminación de la traducción y la inexcrutabilidad de la referencia. Sin duda, estas tesis son parte de su oposición al convencionalismo y a la relevancia de la distinción analítico-sintético, y aunque imbricadas de formas complejas con las críticas propiamente dichas, tales criticas pueden funcionar en gran medida de manera independiente.

Mi pretensión en esta sección es mucho más modesta que abordar estas complejas relaciones: pretendo hacer al menos plausible la tesis de que, a pesar del amplio alcance de la crítica de Quine, de la complejidad proporcionada por las tesis antes mencionadas y de su pretensión de disolver por completo la distinción analítico-sintético, hay aspectos vinculados a esta distinción en la posición de Carnap, en particular la posibilidad de distinguir a priori un conjunto de enunciados del lenguaje que sean constitutivos de significado, que salen indemnes de los ataques de Quine. Dicho de forma más directa, las críticas de Quine (relacionadas con las dibujadas en las secciones anteriores) serían eficaces contra la noción de analiticidad, especialmente contra la posibilidad de distinguir enunciados necesarios mediante criterios sintácticos, pero no contra la existencia (tal vez imprescindible para dar cuenta del conocimiento científico) de criterios (sustantivos) que delimitan un conjunto de enunciados que serían constitutivos del objeto de la experiencia (utilizando una expresión de Reichenbach)[20] y, al menos en cierto sentido débil, a priori. En todo caso, si Quine no está de acuerdo con esto, y en general podemos decir que no lo está, ello se debe más a su compromiso independiente con la tesis de la infradeterminación de la teoría por la experiencia que a las consecuencias de la crítica al convencionalismo sintáctico de Carnap.[21]

Por todo lo dicho, es difícil condensar en pocas líneas la carga de Quine contra la analiticidad, en tanto que convencional, de la lógica y la matemática. A riesgo de distorsionar su posición, destacaré una línea argumental que subyace a los distintos argumentos de Quine. Si uno parte de la idea de que la lógica es convencional, por tanto analítica, y basa eso en la idea de que ciertos esquemas formales, al ser declarados verdaderos, definen los términos en cuestión, entonces podremos decir que los enunciados que se generan a partir de estos esquemas son analíticos. El problema, se desprende de la argumentación de Quine, es que este proceso de definición podría aplicarse indiscriminadamente y extenderse a cualquier enunciado empírico. Si definimos, pues, así lo analítico, el proyecto de delimitar los enunciados necesarios o a priori a partir de su analiticidad fracasa estrepitosamente. ¿Qué ha fallado aquí? Simplificando, podemos decir que la raíz del problema está en que se ha supuesto que podemos declarar un conjunto arbitrario de axiomas como simultáneamente verdaderos: asumido esto, en efecto, podemos pensar que estamos definiendo convencionalmente los términos y cambiando dichas definiciones cuando el supuesto no se cumple. Así, parece obvio que no puede ser esto lo que está en juego en el proyecto convencionalista.

La segunda parte de la argumentación inspirada en Quine vendría a decir que, para evitar la consecuencia anterior, el criterio de analiticidad habría de ser otro distinto que el de la definición, condicionada a que la declaración de verdad, por decreto, de ciertos enunciados de hecho se cumpla. Esto conecta

20 Véase (Reichenbach, 1920).

21 (Boghossian 1996) simpatiza con una afirmación de este tipo al defender que la crítica a una noción de analiticidad epistémica del tipo de la que él propone solo es eficaz si uno se compromete con una tesis fuerte de indeterminación de significado. Estando de acuerdo con esto, no comparto que la consecuencia sea un reforzamiento de la noción de analiticidad epistémica. Ben Menahem, por otro lado, al distinguir entre dos versiones de convencionalismo, independiza la crítica a la analiticidad sintáctica de la tesis de la indeterminación. Por último, Michael Friedman ha defendido una tesis de este tipo, véase por ejemplo (Friedman, 2001), aunque es discutible si la defensa que hace Friedman de la necesidad de dichos principios constitutivos y la forma en la que los entiende es satisfactoria.

con el tipo de argumentos discutidos en la Sección 4, en los que se ponía de manifiesto que una noción de analiticidad sustantiva que englobase a la lógica y la matemática requeriría de la posibilidad de probar sintácticamente la consistencia y la fijación de significado de las teorías axiomáticas. Al menos así interpreto los argumentos del regreso que Quine expone en distintos lugares estableciendo que las definiciones implícitas no pueden ser declaradas sin más verdaderas por convención.[22] De nuevo, el proyecto encalla. Como resumen, podemos decir que, en la medida en que estas líneas capturen el espíritu de la argumentación anti-convencionalista de Quine, queda claro que lo que se establece a partir de ella es la imposibilidad de delimitar sintácticamente enunciados analíticos que puedan dar cuenta de lo necesario o lo a priori.

Por otro lado, lo interesante de este tipo de críticas, incluyendo las desarrolladas en las secciones anteriores, y de las respuestas que Carnap ofrece, es que apuntan en un sentido claro: a pesar de que los criterios meramente sintácticos son insuficientes, eso no impide que se puedan formular criterios (semánticos, si uno quiere) que identifiquen a algunos enunciados como distintos de los empíricos y que definan cierto campo de necesidad o a prioricidad. Contra esto, la postura crítica de Quine se complementa, apoyándose principalmente en la idea de infradeterminación, con la afirmación de que la disolución de la distinción analítico-sintético equipara plenamente, al menos metodológica y epistemológicamente, los enunciados matemáticos y lógicos a los empíricos. Pero esto, en sentido fuerte, no se sigue de la crítica misma y supone asumir, en gran medida, el marco de los positivistas lógicos que proscribe lo sintético a priori. Además, para evaluar sus méritos, debería confrontarse la postura quineana con la dinámica y la práctica científica. Muchos autores consideran que la metáfora de la red de creencias que corporativamente, aunque con distinto grado de atrincheramiento, se enfrentan a la experiencia no hace justicia a la estructura de nuestras teorías científicas, lo cual parece muy razonable. Pero con independencia de qué se piense con respecto a esta cuestión, hay que notar que la crítica a la distinción analítico-sintético no inhabilita propuestas que, sin declararlos como analíticos, incluyan la existencia de criterios que distingan ciertos enunciados como constituyendo el significado de los términos implicados, como precondiciones de la verdad del resto de los enunciados y, aunque sea en este sentido limitado, como a priori. Y esto conecta, a la luz de lo dicho anteriormente, con el segundo rasgo de la noción de analiticidad de Carnap.

22 Por ejemplo en (Quine 1936; 1954)

§7. Intuición

Esto nos permite contactar de nuevo con la discusión inicial de este artículo. Podemos afirmar ahora que ésta es la opción que, avant la lettre, sostiene Kant con su categoría de los juicios sintéticos a priori y el recurso de la intuición pura. Sabemos también que el rechazo de esta posición, al menos en los positivistas lógicos, está en el origen del proyecto convencionalista que pretende dar cuenta de lo necesario en tanto que analítico. ¿Volvemos pues al punto de partida? Solo en cierto sentido. Lo interesante aquí es poner de manifiesto que la discusión post-positivista, cuando se hacen explícitos los problemas del proyecto de analiticidad, hace emerger mecanismos que, aun presentándose como intentos de mostrar la analiticidad de los enunciados, lo que consiguen es reproducir algunos de los rasgos que se encuentran ya en la noción de intuición pura kantiana o, dicho de manera tal vez menos tendenciosa, que proporcionan herramientas que permiten re-interpretar de manera mucho más prometedora una noción que en Kant aparece en ocasiones fuertemente ligada a una facultad psicológica. Veamos muy brevemente cómo.

Pensemos en los argumentos que mostraban la imposibilidad de delimitar sintácticamente un conjunto de enunciados que determinen el significado de sus términos, a partir de los requisitos de consistencia y fijación de significado. En términos más kantianos, podríamos decir, no es posible delimitar analíticamente, entendido esto de acuerdo con nuestra forma de leer la distinción de Kant, la necesidad involucrada en la matemática. La crítica quineana interpreta esta situación como poniendo de manifiesto la naturaleza empírica de los enunciados supuestamente analíticos pero, como decía arriba, sin atender a razones ulteriores, esto solo se sigue de dicha crítica si se asume que la distinción a priori-empírico colapsa en la analítico-sintético. Sin asumir esto, lo que los argumentos ponen de manifiesto es que la noción de analiticidad o procedimiento sintáctico es demasiado débil para acoger la determinación semántica que está ahí en juego. Tanto las condiciones para probar consistencia como la existencia de multiplicidad de interpretaciones de sistemas que axiomatizan la matemática apuntan a que son necesarios elementos que no se agotan con la noción de mero concepto ni con la sintaxis. Estos elementos han de ser tales que permitan determinar qué modelo es el adecuado; si partimos de una teoría geométrica, digamos, eso nos viene dado debido a que el formalismo está ya interpretado. Pero si abstraemos el formalismo, se hace patente que necesitamos preguntarnos qué es lo que determina dicha interpretación.

La conclusión a la que llega Quine, insisto, es que ha de ser, en último término, la experiencia. Pero hay dos motivos para poner en cuestión o matizar esta respuesta. Por un lado, la argumentación transcendental, al estilo de la que propone Kant en las primeras páginas de KrV, mostraría que la propia noción de contenido empírico presupone la existencia de ciertos criterios cuya justificación no puede tener origen plenamente empírico. Por otro lado, tenemos el argumento de la inadecuación del modelo quineano a la dinámica de cambio científico que se desprende de la historia de la ciencia. Si asumimos que estos argumentos son convincentes, algo que no podemos justificar aquí plenamente, parece que necesitaríamos una manera de dar cuenta de los elementos constitutivos sin caer en la noción de analiticidad pero que, al mismo tiempo, evite el nivelado quineano de lo empírico y lo a priori.

Una forma de abordar el problema, que hunde sus raíces en el esquema kantiano, consiste en pensar que es la operación de los conceptos, entendidos como reglas de construcción que potencialmente se aplicarían a infinitos casos posibles, en la intuición pura lo determinante para definir lo a priori. Quine puede, con razón, insistir en que la justificación de este elemento intuitivo, si no es sintáctica, habrá de ser, en último término, empírica. Pero, insistiendo en el argumento trascendental, podemos afirmar que aunque el origen de ese componente sea en último término empírico, tendrá que estar "solidificado" de manera que pueda ser, al mismo tiempo, constitutivo de la experiencia.

Pero, más allá de la conocida postura kantiana, ¿hay indicios en el tratamiento contemporáneo del problema, en las discusiones que hemos abordado en relación con las dificultades que implica el declarar la matemática analítica, que nos vincule con la noción de intuición? Para abordar esta pregunta, podemos presentar el problema de la siguiente manera, sumamente general: se trata de ver, dado un conjunto de enunciados que supuestamente definen parte de sus términos, cuáles son las condiciones que se tienen que dar para que algunos de esos términos operen como conceptos. Esto significa, al menos, que dichos términos han de funcionar como universales, aplicarse a infinitos casos posibles, estando determinado en cada caso, de manera unívoca, si ese caso cae o no bajo el concepto en cuestión. Es decir, el procedimiento ha de incluir recursos que permitan afirmar si cierto particular es o no instancia del universal, para lo cual tiene que haber unas reglas que operen o no en cada caso. De ahí la noción kantiana de concepto (universal) como regla de construcción. Por otro lado, para poder interpretar los axiomas matemáticos como definiendo un conjunto de reglas, para asegurarnos de que éstas fijan un modelo, hay que probar su consistencia y categoricidad, lo cual no puede hacerse, como hemos discutido, por procedimientos sintácticos. Vemos así cómo convergen, por un lado, estos requisitos que garantizan la unicidad de la interpretación de los enunciados de la teoría y, por otro, las condiciones para que los términos funcionen propiamente como conceptos. La noción de concepto que está detrás de esta convergencia es la de regla que, en la medida en la que se efectúe en los diversos particulares, determina las instancias del mismo. Y si la consistencia y la categoricidad pueden leerse como condiciones que han de cumplir el conjunto de axiomas para que eso sea posible – cuyas pruebas, como vimos, apuntan a elementos que exceden el marco sintáctico delimitado por los propios axiomas – se apunta aquí a que dichos elementos no-conceptuales sean precisamente los que habiliten que los conceptos se realicen en sus instancias particulares. Estos elementos extra-conceptuales, aquello sobre lo que opera la construcción del concepto (la síntesis) con los efectos descritos, es lo que Kant denomina *intuición*; ésta, para permitir la operación unificadora de la regla, tiene en Kant los rasgos de la pluralidad.

Como se ha mencionado arriba, la idea de, en cierto modo, rehabilitar la noción de intuición para dar cuenta del estatuto de la matemática no es del todo nueva. Un ejemplo claro de ello está en la propuesta de Hintikka[23] (1974, pp. 160-183) en la que se defiende la idea de que en las demostraciones de la lógica de primer orden y la matemática intervienen, de forma esencial, elementos que pueden ser identificados con cierta manera de interpretar la intuición kantiana. Esto pasa, para Hintikka, por entender la intuición en Kant como la referencia a cualquier instancia particular de un concepto general. Así, la referencia a particulares en las demostraciones sería por si sola indicativa de la presencia del componente intuitivo; de ahí que se identifique con el uso de enunciados existenciales en la lógica de primer orden. Solo de manera derivada, la noción de intuición en Kant haría referencia a algo así como representaciones mentales o a la imaginación en su sentido psicológico. Además, argumenta Hintikka de manera muy convincente, esto significa que uno debería leer la *Doctrina del método* en KrV como conceptualmente anterior, aunque posterior en la presentación que encontramos en la obra, a la *Estética trascendental*, en la que Kant introduce la noción de intuición.

Por lo dicho arriba, estoy de acuerdo con las líneas maestras de esta estrategia interpretativa. No obstante, aunque la discusión desborda los objetivos del presente artículo, se puede argumentar que la elucidación de Hintikka de la noción de intuición quizás sea demasiado estrecha: la referencia a instancias individuales de un concepto, que se manifiesta en la presencia de enunciados existenciales, puede ser un síntoma de la presencia de la intuición

23 Véase (Hintikka 1974, pp. 160-183; Torreti 1974).

más que su rasgo definitorio. Lo genuinamente intuitivo en Kant parece hacer referencia a aquello que permite la determinación de la instancia individual, lo que habilita que se dé cierta construcción y no otra. Esto lo presenta Kant con los rasgos de inmediatez y pluralidad (o multiplicidad, dependiendo de cómo se traduzca el término alemán *mannigfaltig*), lo cual da las claves para leer de cierta forma la noción de construcción, que es la central para el concepto de concepto operativo en los juicios sintéticos, como se indicó arriba. Y son precisamente estas características las que permiten, en Kant, conectar la intuición así entendida con la "facultad" de recibir sensaciones empíricas. Así, la caracterización de Hintikka se queda algo corta, lo cual está relacionado con el hecho de que Hintikka termine localizando la distinción analítico-sintético y la operación de la intuición, principalmente, en los procedimientos demostrativos y no tanto en la fundamentación de los axiomas. De esta manera, se ponen en riesgo algunos de los rasgos definitiorios de la noción kantiana de intuición; en particular, se hace más difícil dar cuenta de su doble papel, como parte del fundamento del conocimiento matemático, por un lado, y de receptividad empírica, por el otro. Algo que, además, resulta esencial para dar respuesta a la cuestión, todavía vigente, acerca de la validez empírica de la matemática.

En resumen, en Kant la intuición puede jugar este doble papel porque, al menos eso es parte de su argumento en KrV, la estructura que encontramos al preguntarnos por en qué consiste el conocimiento en general, la referencia a objetos, en su lado de inmediatez, la pluralidad que Kant identifica con la espacio-temporalidad, es la misma que se necesita para dar cuenta de la operación de los conceptos matemáticos. Si entendemos intuición, como hace Hintikka, en el sentido restringido de la operación de los enunciados existenciales en los procedimientos demostrativos, parece que dejamos fuera, aunque ello esté en la base de la aplicación de los conceptos a sus instancias individuales, la referencia explícita a la construcción de los conceptos en la pluralidad.[24]

24 No hace falta decir, pero digo, que la presente discusión de las diferencias entre distintas formas de interpretar la intuición kantiana en términos no psicológicos, para hacer justicia a Hintikka, necesitaría de una más minuciosa elaboración. Friedman (2000, 2012) aborda críticamente la noción (lógica) de intuición de Hintikka y, más en general, el papel de la intuición kantiana en el razonamiento matemático.

§8. Conclusión

El problema principal al que pretende responder la distinción analítico-sintético es el de dar cuenta del estatuto especial (de necesidad y aprioricidad) de algunos enunciados verdaderos, paradigmáticamente aquellos que forman parte de la lógica y la matemática. La respuesta kantiana puede ser entendida del siguiente modo: puesto que los juicios analíticos, definidos como aquellos en los que el concepto del predicado está contenido en el concepto del sujeto, no expresan propiamente verdad alguna, éstos son claramente insuficientes para dar cuenta de la necesidad matemática; por lo tanto, para entender en qué consiste la validez de los juicios de la matemática, se precisa de un elemento que, siendo a priori, les confiera contenido. Esto, a su vez, implica una forma específica de entender cómo el concepto, el universal, es capaz de referir a un objeto, de tener contenido o determinar un significado; lo hace en la medida en que operando como regla de construcción (sítntesis) se realiza en la pluralidad (intuición) de forma única. En este supuesto de univocidad de la construcción está el núcleo de la elucidación de la referencia o representación en la propuesta kantiana. Su originalidad radica en que el elemento en el que se realiza la síntesis coincide con la facultad de receptividad del sujeto, lo cual justifica que pueda ser denominado *intuición*. Aquí encontramos, en consecuencia, conjuntamente, el fundamento de los juicios sintéticos a priori de la matemática y la razón de que éstos sean parte de lo a priori del conocimiento empírico.

Los positivistas lógicos en general, y Carnap en particular, se opusieron a esta forma de abordar el problema de la necesidad matemática – necesidad puesta ya en duda con la formulación de las geometrías no-euclidianas – e intentaron defender la eficacia de la noción de analiticidad para dar cuenta del estatuto de los enunciados de la lógica y la matemática. Para ello hicieron converger dicha noción con cierta forma de entender la perspectiva convencionalista. Así, para Carnap, en un equilibrio imposible desde el punto de vista de la distinción kantiana, ciertos enunciados serían convenciones, analíticos y constitutivos de significado. En este artículo he defendido que las distintas críticas a esta noción de analiticidad, que ponen de manifiesto la insuficiencia de la sintaxis para determinar un conjunto de enunciados supuestamente analíticos, sacan a la luz elementos estructurales que hacen pensar que la estrategia de corte trascendental sigue todavía vigente. Por un lado, sigue siendo necesario dar cuenta del estatuto de enunciados que no son, en sentido estricto, empíricos, como los de la matemática y la lógica, y sin los cuales ni siquiera parece posible la formulación de teorías empíricas. Por otro, la discusión apunta a que dichos enunciados requieren, dada la insuficiencia de lo sintáctico, de componentes que fijen el significado de los conceptos matemáticos y que, es importante no olvidarlo, permitan su conexión con la experiencia. Y es precisamente en tanto que parte sustantiva de la justificación de estos aspectos que el recurso de la intuición, tan denostado por los positivistas lógicos, juega una papel central, más allá de consideraciones de corte psicológico, en el esquema kantiano.

Esta situación apunta hacia una noción de a priori relativizado al estilo de la propuesta originalmente por Reichenbach y defendida por Friedman en los últimos años.[25] En contra de lo que afirma Friedman en sus escritos más recientes,[26] quién parece renunciar a vincular dicho a priori relativizado con la noción de intuición, existe una forma rigurosa de mostrar el origen de este elemento, su carácter constitutivo y, en un sentido limitado, convencional; y este tratamiento, curiosamente, lo acerca en estructura a la noción de intuición que opera en Kant. Ésta perspectiva pasa por poner de manifiesto que las teorías empíricas involucran principios constitutivos, que éstos implican conceptos sin los cuales las afirmaciones empíricas de la teoría no tienen sentido y que dichos principios se determinan a partir de asunciones, en parte empíricas y en parte convencionales, acerca del funcionamiento de los procedimientos experimentales a través de los cuales los sujetos ganan acceso a los contenidos empíricos. En este doble sentido, el de proporcionar el territorio en el que se validan ciertos enunciados matemáticos constitutivos de la experiencia y el de codificar nuestro acceso empírico, digamos la receptividad, podemos relacionar lo constitutivo (aunque sea en el sentido de a priori relativizado) con el concepto de intuición.[27]

Una de las consecuencias más negativas del proyecto positivista para la comprensión del conocimiento científico radica en que su propuesta deja sin respuesta satisfactoria la vieja cuestión de la relación entre la validez de los elementos formales de las teorías (la matemática en el contexto de física matemática moderna) y su eficacia empírica. En los años que siguieron al declive del positivismo lógico, vinculado en parte a críticas como las aquí discutidas, se asumió, de forma generalizada, que con el proyecto moría también la posibilidad de distinguir sustantivamente ciertos elementos a priori en las teorías científicas. La presente discusión muestra que una noción de

25 La noción de a priori relativizado introducida en (Reinchenbach 1920) ha sido desarrollada en las últimas dos décadas, en numerosos trabajos por Michael Friedman. (Friedman 2001; 2010) son solo dos ejemplos de ello.

26 Véase (Friedman 2010).

27 Estas conexiones se exploran, en parte, en Sus (2019, 2023).

intuición, depurada de sus connotaciones psicológicas, aunque obviamente no de su vinculación con cierta caracterización del sujeto observador, tiene la virtud de ofrecer un esquema para abordar este recalcitrante problema.

AGRADECIMIENTOS

La investigación para este artículo se ha realizado con ayuda del siguiente proyecto: "Reassessing scientific objectivity" (PID2020-115114GB-I00). Ministerio de Ciencia e Innovación (Spain).

REFERENCIAS

Ben Menahem, Y. (2006). *Conventionalism*. Cambridge: Canbridge University Press.

Beth, E. W. (1963). «Carnap's Views on the Advantages of Constructed Systems over Natural Languages in the Philosophy of Science». En (Schilpp, 1963, 469–502).

Boghossian, P. (1996). «Analiticiy Reconsidered». *Nous* 30, 3: pp.

Carnap, R. (1934/1937). *The Logical Syntax of Language*. London: Routledge & Kegan Paul.

De Jong, W. R. (1995). «Kant's analytic judgements and the traditional theory of concepts». *Journal of the History of Philosophy* 33, 4: pp. 613-641.

Disalle, R. (2007). *Understanding spacetime: The philsophical developement of physics from Newton to Einstein*. Cambridge: Cambridge University Press.

Einstein, A. (1921). «Experiencia y realidad». *Conferencia pronunciada ante la Academia Prusiana de las Ciencias*.

Friedman, M. (2000). «Geometry, construction, and intuition in Kant and his successors». In G. Sher & R. Tieszen (Eds.), *Between logic and intuition: Essays in honor of Charles Parsons* (pp. 186–218). Cambridge: Cambridge University Press.

Friedman, M. (2001). *Dynamics of Reason*. Stanford: Csli Publications.

Friedman, M. (2010). «Synthetic History Reconsidered». En: *Discourse on a New Method,* editado por Domski, M; Dickson, M. Chicago and La Salle: Open Court Publishing, pp. 571-813.

Friedman, M. (2012). «Kant on geometry and spatial intuition». *Synthese*, 186, 231-255.

García-Carpientro, M., Pérez Otero, M. (2009). «The Conventional and the Analytic». Philosophy and Phenomenological Research 78, 2: pp. 239-274.

Gödel, K. (1995). *Kurt Godel: Collected Works*. En: S. Feferman et al. (ed.), vol. 3. Oxford: Oxford University Press

Hintikka, J. (1974). *Knowledge and the known*. Dordrecht-Boston: Reidel Publishing Company.

Kant, I. (1781/1787). Kritik der Reinen Vernunft. [Trad. cast.: Crítica de la Razón Pura. Trad. De Mario Caimi. México. D.F.: Fondo de Cultura Económico, 2009].

Quine, W. V. (1936). «Truth by convention». En: *Philosophical Essays for A. N. Whitehead,* editado por O. H. Lee. New York: Longmans, 1996, pp. 90-124.

Quine, W. V. (1951). «Two Dogmas of Empiricism». *Philosophical Review* 60, 1: pp. 20-43.

Quine, W. V. (1956). «Carnap and Logical Truth». En (Schilpp, 1963).

Martínez Marzoa, F. (1989). Releer a Kant. Barcelona: Anthropos.

Martínez Marzoa, F. (2004). «Lo ético y la «mera» lógica». *Isegoría* 30: pp. 55-66.

Reichenbach, H. (1920). *Relativitätstheorie und Erkenntniss Apriori.* Berlin: Springer.

Schilpp, P. A. (ed.) (1963). *The Philosophy of Rudolf Carnap.* The Library of Living Philosophers. La Salle (Illinois): Open Court Publishing.

Schlick, M. (1918). *Allgemeine Erkenntnislehre.* Berlin: Springer.

Sus, A. (2016). «Categorías, intuiciones y espacio-tiempo kantiano». *Revista de Humanidades de Valaparaiso* 8, 223-249. https://doi.org/10.22370/rhv2016iss8pp223-249

Sus, A. (2019). «Explanation, analyticity and constitutive principles in spacetime theories». *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 65: pp. 15-24.

Sus, A. (2023). «What spacetime does: ideal observers and (Earman's) symmetry principles». *Theoria. An International Journal for Theory, History and Foundations of Science,* 38(1), 67-85. (https://doi.org/10.1387/theoria.24403).

Torretti, R. (1974). «La geometría en el pensamiento de Kant». *Logos. Anales del Seminario de Metafísica* 9: pp. 9-60.

Torretti, R. (1978). *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré.* Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Who is afraid of synthetic a priori judgments? Mathematics, intuition and concept

Kant, starting from his analytic-synthetic distinction, holds that mathematical statements are synthetic a priori and that an extra-conceptual element takes part in their justification: the pure intuition. Many authors after Kant, specially those close to logical positivism, attempted to refine Kant's distinction and to challenge his position relative to the foundations of mathematics, defending that its axioms must be understood as implicit definitions, conventionally adopted and, in this sense, analytically justified without the intervention of the intuition. The decline of logical positivism is partly related to the devastating

criticisms, Quine's particularly, to the analytic-synthetic distinction. This paper attempts to show that there are elements in the Kantian approach to mathematics, as synthetic a priori, and in his reference to intuition that are relevant for recent discussions in the philosophy of space-time. In order to do that, I defend a particular reading of the original distinction, argue that Quine's criticism is ineffective against the understanding of some statements as constitutive a priori and suggest that this involves interpreting certain structures as analogous to the Kantian intuition.
Keywords: Analytic-synthetic · Intuition · Implicit definitions · Mathematics · Kant · Conventionalism.

¿Quién teme los juicios sintéticos a priori? Matemática, intuición y concepto

Kant, partiendo de su distinción analítico-sintético, sostiene que los juicios de la matemática son sintéticos a priori y que en su justificación interviene un elemento extra-conceptual: la llamada *intuición pura*. Muchos autores después de Kant, en especial los cercanos al positivismo lógico, trataron de refinar la distinción kantiana e impugnar su postura relativa a la fundamentación de la matemática, defendiendo que sus axiomas han de ser entendidos como definiciones implícitas adoptadas convencionalmente y, en este sentido, justificados analíticamente sin la intervención de la intuición. El declive del positivismo lógico está relacionado, en parte, con la crítica demoledora, especialmente la de Quine, a la distinción analítico-sintético. Este artículo pretende mostrar que hay elementos en el tratamiento kantiano de la matemática como sintética a priori y en su referencia a la intuición que tienen relevancia para discusiones actuales en la filosofía del espacio-tiempo. Para ello se defiende una lectura particular de la distinción original, se argumenta que la crítica de Quine no tiene efecto contra la comprensión de algunos enunciados como constitutivos a priori y se apunta a que eso pasa por interpretar ciertas estructuras como análogas a la intuición kantiana.
Palabras Clave: Analítico-sintético · Intuición · Definiciones implícitas · Matemática · Kant · Convencioanlismo

ADÁN SUS es profesor en el departamento de Filosofía de la Universidad de Valladolid. Doctor en Filosofía [≈ PhD] por la Universidad Autónoma de Barcelona. Su investigación se centra principalmente en la filosofía de la física, con especial interés en las teorías espaciotemporales y las simetrías en física. **Contacto**: Departamento de Filosofía, Universidad de Valladolid. Pza del Campus s/n. 40711 Valladolid, España. e–mail (✉): adansus@uva.es · iD: http://orcid.org/0000-0002-2097-1192.

HISTORIA DEL ARTÍCULO | ARTICLE HISTORY
Received: *17–March–2023*; Accepted: *29–September–2023*; Published Online: *30–September–2023*

COMO CITAR ESTE ARTÍCULO | HOW TO CITE THIS ARTICLE
Sus, Adán (2021). «¿Quién teme los juicios sintéticos a priori? Matemática, intuición y concepto». *Disputatio. Philosophical Research Bulletin* 12, no. 25: pp. 1–34.